

DOI:

## ЛОГИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ РОБОТОМ-МАНИПУЛЯТОРОМ НА ОСНОВЕ РЕГУЛЯРНЫХ ГРАММАТИК ПРИ НАЛИЧИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРЕПЯТСТВИЙ В РАБОЧЕЙ ЗОНЕ

**Ткачева О.С., Уткин А.В.,**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,*

*Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65*

*Tkolga17@gmail.com*

**Виноградова М.С.**

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,*

*Россия, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1*

*Tkolga17@gmail.com*

*Аннотация: Работа посвящена синтезу логического управления роботом-манипулятором при появлении нестационарных препятствий в рабочей зоне. Для двузвенного манипулятора построена модель управления движением схвата на основе гибридного автомата с конечным множеством состояний. Методами численного моделирования проиллюстрирована работа полученного алгоритма логического управления.*

Ключевые слова: робот-манипулятор, гибридный автомат, грамматика движения

### **Введение**

Цель исследования – синтез алгоритма управления движением робота-манипулятора из начальной точки в заданную точку программной траектории при наличии неопределенностей, под которыми будем понимать как наличие возмущений, так и возможное нахождение препятствий или помех в рабочей зоне робота.

В настоящее время роботы - манипуляторы нашли широкое применение во многих отраслях деятельности человека, таких как автоматизация сложных технологических процессов, исследования труднодоступных мест на земле, исследования космоса, проведение спасательных операций, на производствах, связанных с опасными условиями труда. Впервые программируемые механизмы с манипуляторами появились в 1930х годах XX века в США. Под манипулятором понимают механизм, обладающий несколькими степенями подвижности, который предназначен для перемещения и ориентации объектов. Как правило, манипулятор состоит из нескольких звеньев и заканчивается инструментом предназначенным для захвата объектов – сменным схватом, иногда вместо схвата может быть закреплен сменный инструмент [1, 2].

Одной из центральных проблем роботизации является проблема взаимодействия человека и робота. Робот является объектом повышенной опасности, поэтому в программу поведения робота должны быть заложены правила, гарантирующие безопасность объектов, например руки человека, которые могут появиться в его рабочей зоне, причем поведение этих объектов заранее не определено [1]. Для гарантии безопасности человека, взаимодействующего с роботом, желательно, чтобы в программу поведения робота была заложена определенная осмотрительность и забота о безопасности человека [3]. Для обеспечения безопасности и надежности работы сложных роботизированных систем предлагаются различные подходы для построения системы управления роботами в условиях неопределенности, например, использование конечных и гибридных автоматов, нейронных сетей, сетей Петри [4,5]. В [6] описываются общие принципы построения гибридных систем управления.

В последнее время активно разрабатываются лингвистический подход к управлению роботом в условиях неопределенности, основанный на теории формальных языков, в частности, использовании контекстно-свободных и атрибутивных грамматик для описания поведения робота [3,7,8]. Робот или робототехническая система здесь рассматривается как гибридная динамическая система, сочетающую дискретную и непрерывную динамику. Такая динамика наблюдается у систем автоматического управления с непрерывным объектом управления и дискретным устройством управления, например контроллером робота [1]. Дискретная динамика гибридной системы описывает дискретные изменения состояния системы в ответ на внешние события из заданного множества [9]. Непрерывная динамика описывается системой дифференциальных уравнений. Такой подход для анализа гибридных систем в литературе [3,7] известен, как грамматика движения (The motion grammar). Грамматика движения является формализмом для проектирования и анализа систем управления роботом, вычислительный аналог формальных грамматик языков программирования. Грамматика движения описывает взаимодействие между роботом и его окружением как формальный язык. Поведение такой системы

можно описать как множество сценариев, где под сценарием понимается последовательность дискретных событий. С помощью методов лингвистического управления можно описать множество всех сценариев поведения системы. Каждый сценарий является словом формального языка, например регулярного, каждое слово – это последовательность абстрактных символов (букв), где символ (буква) соответствует дискретному событию.

## 1 Описание робота

Роботы являются гибридными системами с непрерывной динамикой времени и дискретной динамикой, управляемой событиями. Необходимо использовать методы, которые работают на комбинированной гибридной динамике. При взаимодействии робота с окружающей средой, поведение робота должно меняться в зависимости от событий происходящих в окружающей среде. Информация об окружающей среде поступает от датчиков.

Рассмотрим конфигурацию робота-манипулятора состоящую из основания (0) и двух подвижных звеньев (1) и (2). Звено (1) соединено с основанием (0) и со звеном (2) с помощью шарниров (шарнирных соединений) (рис 1.). Звено (2) заканчивается закрепленным на его конце схватом, здесь будем считать, что схват неподвижен, относительно звена (2). Основание робота (0) может поворачиваться вокруг своей оси, угол поворота основания обозначим через  $\psi$ , каждое звено имеет свою ось вращения, угол поворота звена (1) относительно основания (0) обозначим через  $\vartheta$ , угол поворота звена (2) относительно звена (1) обозначим через  $\alpha$ . Такая конфигурация робота часто называется антропоморфной.

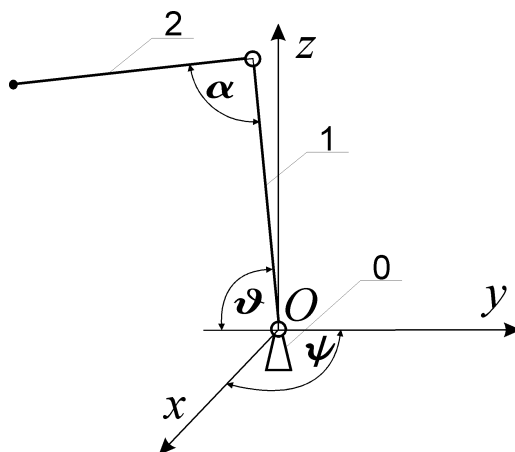


Рис. 1. Робот-манипулятор. Кинематическая модель

Взаимное расположение звеньев и их соединение определяет область рабочей зоны и число степеней подвижности схвата робота. В рассмотренной конфигурации робота все соединения являются вращательными, поэтому для описания движения схвата робота будем использовать ангулярную систему координат. Робот, действующий в ангулярной, системе координат (рис. 1), имеет три вращательных степени подвижности [2]. Точка схвата манипулятора в любой момент времени должна находиться в некоторой замкнутой области, называемой рабочей зоной, определяемой техническими характеристиками манипулятора [1].

## 2 Логическое управление роботом-манипулятором

### 2.1 Задачи логического управления роботом-манипулятором

Рассмотрим задачу переноса роботом объектов из одной точки пространства в другую. Перемещаемые объекты должны находиться рабочей зоне робота-манипулятора. Сечение рабочей области манипулятора плоскостью  $xOy$  представляет собой часть кругового сектора (рис. 2.). Робот-манипулятор должен перенести объекты из положения (позиции) 1 в положение 2.

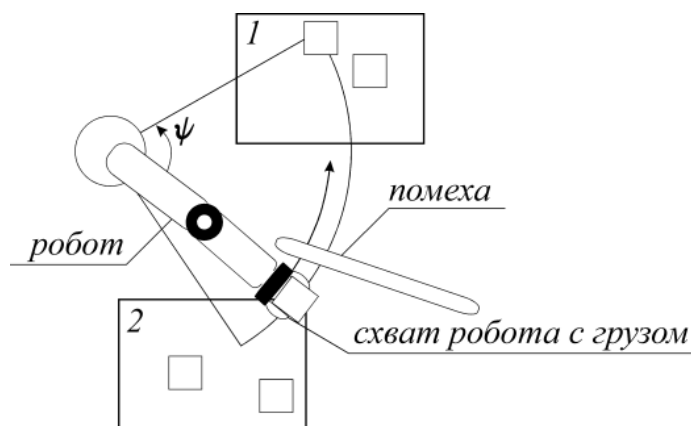


Рис.2. Рабочая зона робота-манипулятора при наличии помехи, вид сверху

Под неопределенностью в данной работе будем понимать возможное нахождение препятствий или помех в рабочей зоне робота. Препятствиями или помехами могут быть объекты, нахождение которых в рабочей зоне быть не должно, например, рука оператора, элементы оборудования или измерительные инструменты (рис. 2.). Помеха может быть как преодолимой, так и непреодолимой. Под преодолимой помехой будем считать препятствие, которого робот может избежать изменением углов  $\alpha$  и  $\vartheta$ , то есть увеличением расстояния от схвата до поверхности на которой находится основание робота. В случае непреодолимой помехи робот прекращает движение, переходит в режим ожидания, подает сигнал оператору, если это предусмотрено конфигурацией робота. При устранении непреодолимой помехи траектория пересчитывается и робот продолжает движение.

В настоящее время промышленные манипуляторы оснащены датчиками положения, позволяющих контролировать расположение рабочего органа в пространстве в любой момент времени, сенсорами осязания, собирающими информацию о окружающей среде, в частности системами технического зрения [1].

Наличие неопределенности делает невозможным применение только классических методов проектирования управляющих систем, так как последние основаны на том, что известна полная математическая модель не только объекта управления, но и модель внешней среды [22].

Поведение робота должно учитывать показания датчиков и менять сценарии поведения в зависимости от них. Анализ внешней среды производится с помощью алгоритмов машинного зрения на основе поступающих с камер данных.

При построении управления контроль выпадения груза из схвата в процессе перемещения осуществлять не будем, на построение гибридного автомата это не окажет существенного влияния. В этом случае появится событие "Потерян груз", генерируемое датчиком схвата, в граф автомата добавится дуга с меткой, соответствующей этому событию и дополнительное состояние "Обнаружение потери и возврат в начальное состояние" с пересчетом координат потерянного груза и позиционированием схвата.

Опишем поведение робота-манипулятора при переносе груза из положения 1 в положение 2 (рис. 2.). Робот-манипулятор должен взять груз, поднять его на некоторую высоту  $h$  достаточную для его безопасного перемещения, затем манипулятор должен повернуться вокруг неподвижного основания на заранее рассчитанный угол  $\psi$ , далее опустить груз.

Движение робота может быть разделено на несколько этапов. На каждом этапе перед началом движения проводится опрос датчиков и анализ полученной информации.

## 2.2 Дискретная динамика системы

Роботы являются гибридными системами с непрерывной динамикой времени и дискретной динамикой, управляемой событиями. Необходимо использовать методы, которые работают на комбинированной гибридной динамике. При взаимодействии робота с окружающей средой, поведение робота должно меняться в зависимости от событий происходящих в окружающей среде. Информация об окружающей среде поступает от датчиков.

Подход к построению и проверки гибридных систем управления на основе Грамматики движения предложен в работах [3,7]. Здесь робот рассматривается как гибридная динамическая система, с непрерывной и дискретной динамикой. Логика работы системы управления (реакция на информацию) может быть описана с использованием формальной грамматики. Дискретную динамику можно описать с использованием контекстно-свободной (КС) грамматики, в частности это может быть и регулярная

грамматика. Отметим, что грамматикой называется любой конечный механизм задания языка. Грамматическое исчисление движения является формальным методом для управления гибридными системам.

Грамматика движения (The Motion Grammar) является формальным инструментом для декомпозиции задач и гибридного управления при наличии значительной неопределенности. Согласно [3,7], грамматикой движения называется кортеж  $GM = (Z, P, B, X, Z, U, \eta, K)$ , где

$Z$  – множество токенов, каждый токен представляет собой дискретное событие, с точки зрения формальных грамматик, может рассматриваться как множество терминалов;

$V$  – множество нетерминалов;

$P \subset V \times (Z \cup V \cup K)^*$  – множество продукций (правил вывода);

$B$  – стартовый нетерминал,  $B \in V$ ;

$X \subseteq R^m$  – непрерывное пространство состояний робота;

$Z \subseteq R^n$  – пространство показаний датчика робота;

$U \subseteq R^p$  – пространство входов робота;

$\eta: Z \rightarrow Z$  – токенизирующая функция;

$K \subset X \rightarrow X \times U$  – множество семантических правил, каждое из которых связано с одной и только одной продукцией и описывает поведение системы в некоторой области, обычно это дифференциальное уравнение.

Множество токенов  $Z$  – это множество дискретных событий, означающих вход в область  $\{R_i\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Новый токен  $[x \in R_i]$  генерируется, когда система пересекает границу между двумя областями.

Множество всех последовательностей дискретных событий  $z \in Z$ , допускаемых системой  $F$  называется языком  $\mathcal{L}_F$  системы  $F$ ,  $\mathcal{L}_F \subseteq Z^*$  [14].

Под событием (дискретным событием) будем понимать изменение дискретного состояния, или достижение некоторых пороговых значений вход в некоторую область непрерывного пространства состояний, как правило это область, где изменяется основная динамика системы.

Под событием обычно понимают область, где изменяется основная динамика системы, осуществляется контакт с другим объектом или область, где требуется существенное изменение поведения системы. Например, мобильный робот достигает путевой точки и переключается на другую траекторию.

Язык порождаемый грамматикой движения представляет собой множество показаний датчиков робота. При таком описании объекта управления учитываются как дискретная, так и непрерывная динамика системы.

Использование КС грамматик для управления роботизированными системами позволяет роботам справляться с неопределенностями, возникающими в результате управляющих или внешних воздействий, путем анализа ситуации в режиме реального времени.

Для описания не слишком сложных поведенческих задач можно вместо контекстно-свободных грамматик использовать регулярные. Регулярные грамматики являются подмножеством КС грамматик, и порождают регулярные языки допускаемые конечными автоматами. Конечный автомат значительно проще для программной реализации, чем автомат с магазинной памятью, реализующий КС грамматику. Метки дуг конечного автомата, с точки зрения грамматики движения, может рассматриваться как множество токенов.

Однако, при описании поведения робота-манипулятора необходимо учитывать и дискретную динамику системы, которую конечный автомат отражает хорошо, так и непрерывную динамику системы, которую с помощью конечного автомата описать невозможно(трудно). Поэтому для формального описания действий робота-манипулятора в условиях неопределенности будем использовать гибридный автомат, позволяющий использовать в модели как дискретные, так и непрерывные величины [9]. Дискретные события задаются регулярным языком (конечным автоматом), а непрерывная динамика описывается дифференциальными уравнениями. Множество состояний гибридного автомата-определяется множеством состояний конечного автомата.

Гибридные автоматы объединяют конечный автомат с дифференциальными уравнениями, которые описывают движение схвата робота для каждого состояния конечного автомата [3]. Неформально, гибридный автомат представляет собой расширенный конечный автомат, в состояниях которого определены режимы, связанные с конечным набором дискретных и вещественных переменных. С каждым режимом определены ограничения, задающие эволюцию системы, а дуги автомата задают дискретные переходы [7]. Непрерывное движение между заданными точками траектории (на отрезках траектории) описывается системой дифференциальных уравнений. Конечный автомат используется для определения набора маневров, которые переходят между отрезками частями траекториями [3].

Гибридный автомат определяется как взвешенный (размеченный) ориентированный граф, каждой вершине которого соответствует область пространства состояний динамической системы характеризующая ее непрерывное поведение между двумя событиями, дуги графа называются переходами между парой дискретных состояний. Формальное определение гибридного автомата приведено в [6, 9].

Гибридный автомат – это кортеж из семи компонентов  $H = (S, \mathcal{X}, Init, f, \mathcal{D}, E, G, R)$ , где

$S$  – конечное множество дискретных состояний (локаций);

$\mathcal{X} \subseteq R^n$  – множество непрерывных состояний (непрерывных переменных);

$Init \subseteq S \times \mathcal{X}$  – множество начальных значений для непрерывных переменных для каждого состояния  $q \in S$ .

$f: S \times \mathcal{X} \rightarrow R^n$  – векторное поле, описывающее динамику изменения непрерывных переменных автомата внутри каждого дискретного состояния;

$\mathcal{D} \subseteq S \times \mathcal{X}$  – область допустимых значений непрерывных переменных автомата для каждого из дискретных состояний, множество инвариантов, связанных с каждым значением переменной  $q \in S$ ;

$E \subseteq S \times S$  – множество дуг ориентированного графа,  $e = (s_i, s_j) \in E: \exists x_i, x_j \in \mathcal{X}, (q_j, x_j) \in J(q_i, x_i)$ , где  $q_i, q_j$  – дискретные состояния автомата до и после перехода,  $x_i, x_j$  – непрерывные состояния автомата до и после перехода;

$G$  (*Guard*):  $E \rightarrow 2^X$  – множество логических предохраняющих предикатов;

$J$  (*Jump*):  $S \times \mathcal{X} \rightarrow P(S \times \mathcal{X})$  – множество отображение, сопоставляющее множество мгновенных действий множеству переходов (дуг графа).

Переменные  $x \in \mathcal{X}$  являются решением дифференциальных уравнений (непрерывные), переменные  $s \in S$  дискретными, определяют конечное множество режимов работы, то есть или состояний автомата, дискретными переменные.

Векторное поле  $f$ , описывающее динамику изменения непрерывных переменных автомата внутри каждого дискретного состояния в гибридном автомате рассматривается как множество семантических правил  $K$ , описанное в грамматике движения.

Состояние гибридного автомата – это некоторые условия, в которых моделируемая система пребывает некоторое время, в течение которого она ведет себя одинаковым образом [6,9]. В гибридном автомате с состоянием связаны действия, определяющие способ изменения поведения системы. Зададим состояние гибридного автомата как пару  $(s, x) \in S \times \mathcal{X}$ , динамическая система может оставаться в состоянии  $s$  только до тех пор, пока внутри находится инвариантного множество  $\mathcal{D}(s)$ , на котором гибридный автомат не изменяет дискретное состояние.

Компоненты кортежа  $init$  и  $\mathcal{D}$ , часто определяют как функции, назначающие предикаты для каждого дискретного состояния  $s \in S$  [6,8]. Предикат  $init(a, x)$  указывает оценки значений, которые могут принять непрерывные переменные  $x \in \mathcal{X}$  в случае, если гибридная система начинается от локации  $s$ . Предикат  $\mathcal{D}(q)$  накладывает ограничения на оценки значений, которые могут принять непрерывные переменные  $x \in \mathcal{X}$ , когда гибридная система начинается от локации  $s$ .

Компонент кортежа  $J$  (*Jump*) также определяется как множество предикатов над  $\mathcal{X}$ , описывающих условия перехода по дугам  $E$ . являются метками дуг графа. Каждый предикат из множества  $J$  – это условие изменения дискретного состояния (переключение), определяющее изменение значений непрерывных переменных автомата при переходе по соответствующей дуге между парой дискретных состояний. Предикат  $Jump(e)$  указывает условие, когда дискретное изменение моделируемое переходом  $e$  возможно и возможные изменения переменных при дискретном изменении гибридной системы. Переход позволяет системе перейти ("прыгнуть") от позиции  $s_i$  в позиции  $s_j$ , мгновенно изменив значения непрерывных переменных.

Логические предохраняющие предикаты над  $\mathcal{X}$  можно рассматривать как условия перехода между парой дискретных состояний, присвоенные каждому переходу и записанные как метки дуг графа, представляющего гибридный автомат. Логические предохраняющие предикаты описывают область значений переменных  $\mathcal{X}$  в дискретных состояниях (локациях).

События происходят вне системы и могут приводить к смене поведения системы, события соответствуют меткам на дугах графа [6, 9]. События могут быть вызваны обработкой показаний датчиков, поступлениями сигналов от оператора или другой части системы. События считаются мгновенными. соответствуют элементам множества дискретных состояний автомата, в литературе вершины графа часто называются локальными состояниями или локациями [9].

При таком описании динамической системы присутствуют два разных понятия пути. Путь, как траектория движения схвата робота и путь, как последовательность дискретных событий в  $Z$ . В этом втором случае, множество всех путей как последовательности дискретных событий язык системы.

Опишем работу гибридного автомата. Как и конечный автомат, гибридный автомат также работает по тактам. Предположим, что гибридный автомат начинает работу в некотором состоянии  $(q_0, x_0)$  из множества состояний  $Init$  ( $(s_0, x_0) \in Init$ ), непрерывное состояние автомата  $x$  изменяется в соответствии с заданным для этой локации законом, например, дифференциальным уравнением  $\dot{x} = f(s_0, x), x(0) = x_0$ , дискретное состояние (локация)  $s_0$  остается постоянным, до тех пор, пока  $x$  принадлежит множеству  $\mathcal{D}(s_0)$ . Если в какой-то момент времени непрерывное состояние достигает предельного значения, удовлетворяющего логическому предохраняющему предикату  $G(s_0, s_1)$ , соответствующему дуге графа  $(s_0, s_1) \in E$ , дискретное состояние  $s_0$  изменится на состояние  $s_1$ . Непрерывные переменные при этом определяются предикатом  $init(s, x)$ . Состояниям гибридного автомата будут соответствовать этапы движения робота.

### 2.3 Непрерывная динамика системы

Робот манипулятор установлен на основании высотой  $h_{base}$ , которое может вращаться вокруг оси  $OZ$ , состоит из двух подвижных звеньев, и которые могут изменять углы наклона. Первое звено соединено с основанием, имеет длину  $l_1$ , массу  $m_1$ , второе звено имеет длину  $l_2$ , массу  $m_2$ . Положение схвата робота задается обобщенными координатами:  $\psi, \vartheta$  и  $\alpha$ .

Форма рабочей зоны манипулятора, то есть область пространства соответствующая множеству всех возможных положений схвата манипулятора, представляет собой поверхность, ограниченную сферическими и цилиндрическими поверхностями и определяется техническими характеристиками робота. Возможная форма рабочей зоны манипулятора и его динамической структурной схемы (рис. 3).

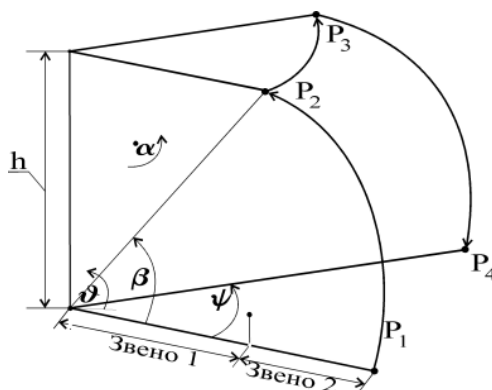


Рис. 3. (1.3.) Рабочая область робота-манипулятора

В рассмотренной конструкции робота положение его схвата описывается тремя углами  $\psi, \vartheta$  и  $\alpha$ . При построении математической модели были введены следующие предположения:

- звенья робота представляют собой абсолютно твердые, однородные стержни;
- массы переносимого груза и схвата достаточно малы и ими можно пренебречь;

Уравнения движения двухзвенного манипулятора можно были построены на принципах лагранжевой механики. Механической системе ставится в соответствие функция Лагранжа, зависящая от обобщенных координат и скоростей –  $T(q, \dot{q})$ . Функция Лагранжа для классической механики вводится в виде разности  $T = E - P$  кинетической энергией ( $E$ ) и потенциальной ( $P$ ) энергией [17]. Уравнения движения, согласно принципам лагранжевой механики, находятся с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода:

$$(1) \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = M_i$$

где  $M_i$  – обобщенные силы, действующие на звенья робота.

Для нахождения функции Лагранжа были вычислены кинетические и потенциальные энергии как функции обобщенных координат.

Окончательное уравнение движения схвата робота-манипулятора в векторной форме имеет вид:

$$(2) \quad 2\ddot{q}^T L + 2\dot{q}^T \dot{L} - \frac{\partial E}{\partial q} + \frac{\partial P}{\partial q} = M^T.$$

Умножив на  $B = \frac{1}{2}L^{-1}$ , получим аффинную систему:

$$(3) \quad \ddot{q} = A(q, \dot{q}) + B(q, \dot{q})u,$$

где

$$(4) \quad A(q, \dot{q}) = B \left( 2\ddot{q}L + 2\dot{q}\dot{L} - \left( \frac{\partial E}{\partial q} \right)^T + \left( \frac{\partial P}{\partial q} \right)^T \right), \quad u = M^T.$$

Полученная аффинная система позволяет нам записать семантические правила для каждого этапа движения робота-манипулятора при переносе груза из положения 1 в положение 2 (рис. 2.).

Задача терминального управления состоит в том, чтобы переместить схват робота из начального положения покоя  $A$  в некоторую заданную конечную точку  $B$  в  $R^3$ . Заметим, что задача управления описанным выше двухзвенным манипулятором есть задача управления схватом робота для решения практических задач – перемещения груза. Эту задачу можно сформулировать как задачу построения управления динамической системой, которое обеспечивает ее переход из заданного начального состояния в заданное конечное по программной траектории за заданное время  $t^*$ .

Задача терминального управления сводится к задаче поиска траектории перемещения схвата робота с последующим расчетом управлений, реализующих эту траекторию, то есть разбивается на две задачи: задачу планирования траектории перемещения и задачу траекторного слежения. Для решения задачи отслеживания траекторий необходимо построить стабилизирующее управление, которое обеспечит движение схвата робота по этой траектории.

Для решения задачи планирования траектории найдем вектор-функцию времени  $x(t)$ ,  $t \in [0, t^*]$ , которая удовлетворяет заданным граничным условиям, вытекающим из известных начального и конечного состояния системы (задачу интерполяции), в трехмерном случае. Заметим, что решать эту задачу можно по координатно, т.е. ее решение сводится к решению одномерной задачи по каждой из трех координат.

Одномерная интерполяционная задача состоит в том, чтобы найти функцию  $x(t)$ , удовлетворяющую следующим условиям:

$$\text{при } t = t_0, \quad x(t) = x_A, \quad x'(t) = v_A = 0, \quad x''(t) = a_A = 0;$$

$$\text{при } t = t_1, \quad x(t) = x_B, \quad x'(t) = v_B = 0, \quad x''(t) = a_B = 0;$$

Данная задача содержит шесть граничных условий. Ее решение существует и единственно в классе полиномов 5-й степени [19]:

$$(5) \quad x(t) = P(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5.$$

Решим задачу траекторного слежения. Пусть  $q^*(t)$  — опорная траектория, по которой должен двигаться робот. В данном случае мы берем в качестве опорной траектории полученные полиномы.

Рассмотрим отклонение от опорной траектории  $z = q - q^*(t)$ , тогда  $\dot{z} = \dot{q} - \dot{q}^*(t)$ ,  $\ddot{z} = \ddot{q} - \ddot{q}^*(t)$ . Перепишем систему  $\ddot{z} = A(q, \dot{q}) + B(q, \dot{q})u$  в отклонениях:  $\ddot{z} = -\ddot{q}^*(t) + A(z + q^*, \dot{z} + \dot{q}^*) + B(z + q^*, \dot{z} + \dot{q}^*)u$ .

Управление  $u$  выбираем таким образом, чтобы динамика системы подчинялась дифференциальному соотношению  $\ddot{z} + k_1\dot{z} + k_2z = 0$  в котором коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  выбраны таким образом, что нулевое положение равновесия устойчиво. Если такой выбор возможен, то функция  $z(t)$  стремится к нулю экспоненциально. Следовательно, при таком управлении траектория  $q^*(t)$  оказывается асимптотически устойчивой.

Заметим, что  $\ddot{q} - \ddot{q}^* = -k_1\dot{z} - k_2z$ . Таким образом:

$$(6) \quad A(q, \dot{q}) + B(q, \dot{q})M = \ddot{q}^* - k_1\dot{z} - k_2z.$$

Поскольку матрица  $B(q, \dot{q})$  невырождена, матричное уравнение разрешимо относительно  $M$ :

$$(7) \quad M = B(q, \dot{q})^{-1} \left( \ddot{q}^* - k_1(\dot{q} - \dot{q}^*(t)) - k_2(q - q^*) - A(q, \dot{q}) \right).$$

Таким образом мы получили основные уравнения для получения семантических правил для каждого состояния гибридного автомата.

## 2.4 Поведение робота-манипулятора в условиях неопределенности

Модель логики работы системы управления роботом-манипулятором изобразим виде гибридного автомата с конечным множеством дискретных состояний  $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$ , множеством непрерывных переменных  $X = \{\psi, \vartheta, \alpha\}$ . Множество начальных значений для непрерывных переменных для каждого состояния  $s \in S$  задаются как задача Коши. Динамика изменения непрерывных переменных внутри каждого дискретного состояния описывается дифференциальными

уравнениями (семантическими правилами). То есть семантическими правилами для каждого дискретного состояния в данном случае являются система дифференциальных уравнений (3) со входом в виде (7), где для каждого состояния задаются свои начальные и конечные условия для опорной траектории (5) для каждого угла. Таким образом мы получили основные уравнения для получения семантических правил для каждого состояния гибридного автомата.

Множество условий перехода между парами дискретных состояний  $G = \{a_{12}, a_{13}, a_{23}, a_{34}, a_{45}, a_{46}, a_{56}, s\}$  включает в себя результаты анализа показаний датчиков и граничные значения непрерывных переменных. Метка дуги  $s$  означает, что перемещение схвата манипулятора невозможно, движение остановлено. Причиной остановки может быть, например, нахождение в рабочей зоне робота непреодолимого препятствия, или нахождение груза или точки доставки груза вне рабочей зоны робота. В этом случае автомат остается в текущем состоянии до устранения причин остановки. При устранении причин остановки перемещения схвата манипулятора, траектория движения пересчитывается заново. Каждое состояние гибридного автомата  $P_i, i = 1, \dots, 6$ , из множества состояния автомата  $P_{SQ} = \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6\}$ , представляет собой пару  $(s_i, q_i)$ , где  $s_i$  – дискретное состояние автомата,  $q_i$  – правило, описывающее непрерывную динамику системы в  $i$ -м состоянии автомата. Гибридный автомат, реализующий логику работы системы управления роботом показан на рис. 4.

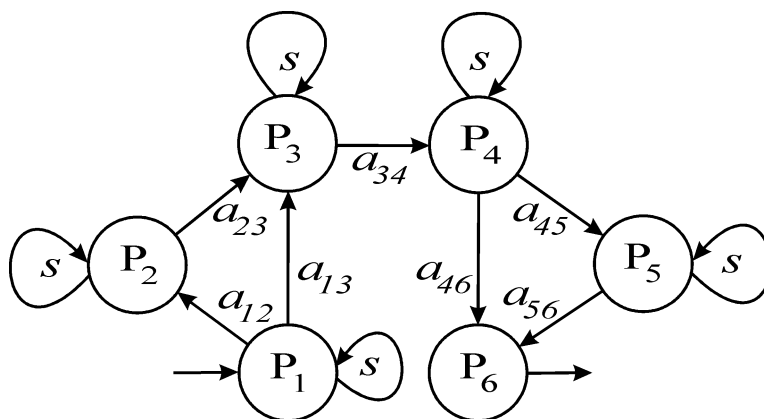


Рис. 4. Гибридный автомат, реализующий логику работы системы управление роботом

На каждом этапе движения задается семантическое правило, определяющее данный переход, которое определяется дифференциальными уравнениями описывающими непрерывную динамику системы.

1. Этап первый – поднятие груза. Автомат находится с состоянии  $P_1$ . Из этого состояния возможны переходы по одной из трех меток  $a_{12}$ ,  $a_{13}$  и  $s$ . На основании анализа полученной от датчиков информации получаем алгоритм действий манипулятора на этапе подъема груза.

Если на основании анализа показаний датчиков получена информация о невозможности перемещения груза то есть на пути перемещения груза имеется непреодолимая помеха, то робот переходит в режим ожидания. В этом случае условием перехода (меткой дуги) будет  $s$ , автомат остается в текущем положении и перемещения схвата манипулятора не будет.

В противном случае, возможно два случая. Если изменения угла  $\vartheta$ , для поднятия груза на необходимую высоту  $h$  достаточно, то условием перехода (меткой дуги) будет  $a_{13}$  и схват робота совершает движение за счет изменения угла  $\vartheta$ , поднимая груз на необходимую высоту  $h$ , автомат переходит в состояние  $P_3$ . Путь (последовательность вершин) в автомате, реализующий поднятие груза на заданную высоту имеет вид  $P_1 \rightarrow P_3$

Если изменения угла  $\vartheta$ , для поднятия груза на необходимую высоту  $h$  недостаточно, то данный этап разбивается на два подэтапа.

Сначала, за счет изменения угла  $\vartheta$ , схват робота с грузом поднимается на максимально возможную высоту  $h_g$ , срабатывает условие перехода  $a_{12}$  из состояния  $P_1$  в состояние  $P_2$ . Далее, в состоянии  $P_2$  проводится анализ информации полученной от датчиков и, либо схват манипулятора остается на месте, автомат остается в состоянии  $P_2$ , дуга с меткой  $s$ , либо за счет изменения угла  $\alpha$ , совершая переход в состояние  $P_3$  по дуге с меткой  $a_{23}$ . Путь в данном случае будет состоять из трех вершин:  $P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_3$ .

2. Второй этап: робот совершает поворот вокруг своей оси, изменяя угол  $\psi$ , если это возможно, то есть в рабочей зоне манипулятора нет препятствий, мешающих совершить этот переход из состояний



$P_3$  в  $P_4$  по дуге с меткой  $a_{34}$ . В противном случае переход осуществляется по дуге с меткой  $s$  и автомат остается в состоянии  $P_3$ .

3. Третий этап: опускание груза в положение 2. Алгоритм действий здесь частично повторяет алгоритм действий на первом этапе. Из состояния  $P_4$  возможны переходы по одной из трех меток  $a_{46}$ ,  $a_{45}$  и  $s$ . Алгоритм действий манипулятора на этапе спуска груза получаем на основании обработки информации датчиков.

Если перемещение груза невозможно, то условием перехода (меткой дуги) будет  $s$  и автомат, и следовательно, схват манипулятора остается в текущем положении,

Если перемещение груза возможно, то здесь, как и на первом этапе возможны два случая.

Если изменения угла  $\vartheta$ , для перемещения груза в заданную точку, то условием перехода будет  $a_{46}$  и схват робота совершает движение за счет изменения угла  $\vartheta$ , и автомат перейдет в заключительное состояние  $P_6$ . Путь (последовательность вершин) в автомате, реализующий опускание груза с высоты  $h$  в заданную точку имеет вид  $P_4 \rightarrow P_6$ .

Если изменения угла  $\vartheta$ , для перемещения схвата манипулятора в заданную точку с высоты  $h$  недостаточно, то такое перемещение осуществляется в два этапа.

1. Схват робота с грузом перемещается на высоту  $h_\alpha$  при изменении угла  $\alpha$ , срабатывает условие перехода из состояния  $P_4$  в состояние  $P_5$  по дуге с меткой  $a_{45}$ .

2. В состоянии  $P_5$  проводится анализ информации полученной от датчиков и, либо автомат и схват робота остается на месте, автомат остается в состоянии  $P_5$ , переход по дуге с меткой  $s$ , либо за счет изменения угла  $\vartheta$ , совершая переход в состояние  $P_6$  по метке  $a_{56}$ . Путь в данном случае будет состоять из трех вершин:  $P_4 \rightarrow P_5 \rightarrow P_6$ .

Значения  $h_\vartheta$  и  $h_\alpha$  определяются конструктивными особенностями робота.

Логику работы системы можно описать регулярной грамматикой  $G = \{N, T, P, Q_1\}$ , где  $N = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6\}$  – конечный алфавит нетерминальных символов;  $T = \{a_{12}, a_{13}, a_{23}, a_{34}, a_{45}, a_{46}, a_{56}, s\}$  – конечный алфавит терминальных символов (множество токенов);  $P$  – конечное множество правил порождения;  $S_1$  – начальный нетерминал грамматики  $G$ .

Множество правил порождения  $P$  имеет вид:

$$\begin{aligned} S_1 &\rightarrow a_{12}S_2 \mid a_{13}S_3 \mid sS_1 \\ S_2 &\rightarrow a_{23}S_3 \mid sS_2 \\ S_3 &\rightarrow a_{34}S_4 \mid sS_3 \\ S_4 &\rightarrow a_{45}S_5 \mid a_{46}S_6 \mid sS_4 \\ S_5 &\rightarrow a_{56}S_6 \mid sS_5 \\ S_6 &\rightarrow \lambda. \end{aligned}$$

### 3 Численное моделирование

В среде MatLab было проведено моделирование движение схвата робота при переносе груза при наличии помехи. Для моделирования были взяты следующие параметры робота:  $m_1 = 2 \cdot 10^{-1}$  кг,  $m_2 = 3 \cdot 10^{-2}$  кг – массы 1-ого и 2-ого звена робота соответственно;  $l_1 = 10 \cdot 10^{-2}$  м – длина первого звена робота;  $l_2 = 15 \cdot 10^{-2}$  м – длина второго звена робота, включая хват манипулятора. На значения углов, определяющих положения робота накладываются следующие условия:  $-\frac{\pi}{2} \leq \psi \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $0 \leq \vartheta \leq \frac{3}{4}\pi$ ,  $\frac{1}{4}\pi \leq \alpha \leq \pi$ . Интервал опроса датчиков в режиме ожидания (пауза) равен 3 секундам.

Была численно смоделирована следующая ситуация. На первом этапе поднятия груза за счет изменения угла  $\vartheta$  возникла непреодолимая помеха, робот перешел в режим ожидания, пауза длительностью 3 секунды (рис. 5 а), далее препятствие было устранено, схват робота совершил движение за счет максимального изменения угла  $\vartheta$ . Далее схват робота был поднят на необходимую высоту для преодоления помехи за счет изменения угла  $\alpha$ , был совершен поворот по углу  $\psi$ . После чего снова возникла непреодолимая помеха, робот перешел в режим ожидания, двойная пауза длительностью 6 секунд, пока препятствие не было устранено. На последнем этапе схват робот опустился за счет изменения углов  $\alpha$  и  $\vartheta$ .

На рис. 5-7 показаны изменения углов  $\vartheta$ ,  $\alpha$ ,  $\psi$ . На рис. 8-10 показаны изменения соответствующих моментов.

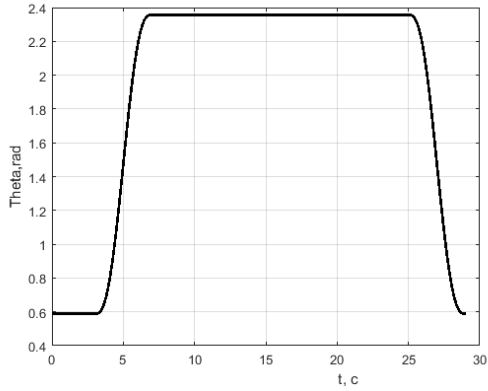


Рис. 5. Изменение угла  $\vartheta$ .

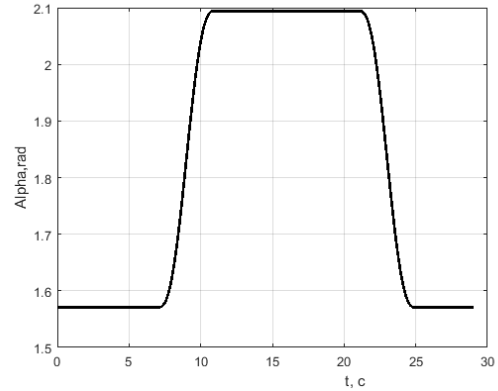


Рис. 6. Изменение угла  $\vartheta$

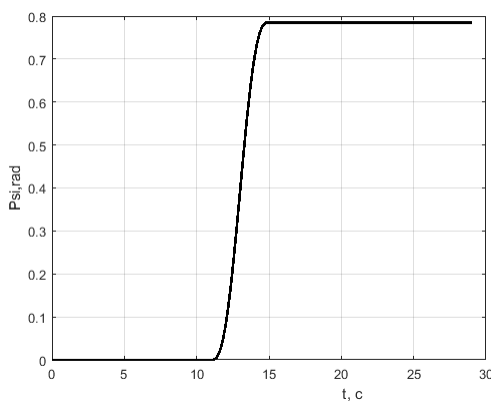


Рис. 7. Изменение угла  $\psi$

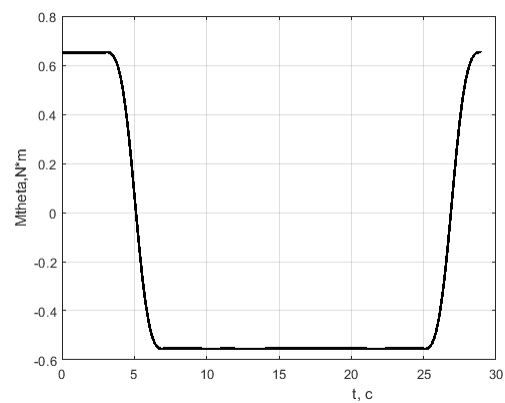


Рис. 8. Изменение момента для угла  $\vartheta$

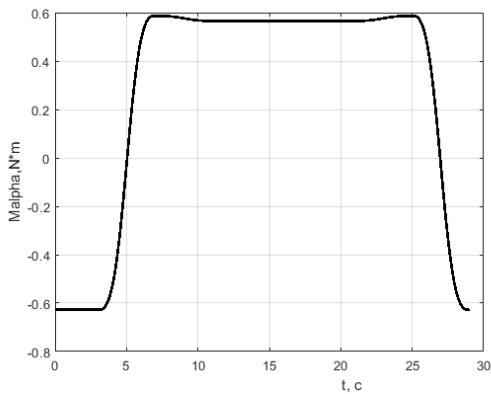


Рис. 9. Изменение момента для угла  $\alpha$

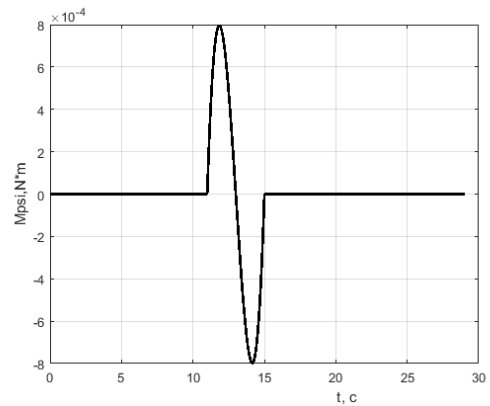


Рис. 10. Изменение момента для угла  $\psi$

Путь в конечном автомате (рис. 4.) в данном случае представляет собой последовательность вершин:  $P_1 \rightarrow P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_3 \rightarrow P_4 \rightarrow P_4 \rightarrow P_4 \rightarrow P_5 \rightarrow P_6$ .

### Заключение

В работе представлен метод управления гибридной системой на примере перемещения схвата робота манипулятора про возможном нахождении препятствий в рабочей зоне робота. Исследована математическая модель движения робота-манипулятора и решены задачи синтеза стабилизирующего управления схвата манипулятора. Непрерывная динамика робота-манипулятора описана с использованием уравнений Лагранжа

Для описания поведения манипулятора в условиях неопределенности был использован гибридный автомат. При описании более сложных маневров робота возможно потребуется использовать

контекстную свободную грамматику, магазинные автоматы и грамматику движения для описания системы.

Грамматика наглядно показывает допустимое сочетание команд для управления роботом-манипулятором в режиме неопределенности.

## Литература

1. *Зенкевич С. Л., Ющенко А. С.* Основы управления манипуляционными роботами. 2-е изд. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. – 480 с.
2. *Юревич Е.И.* Управление роботами и робототехническими системами – СПб.: СПбГТУ, 2000. – 171 с.
3. *Dantam N., Stilman M.* The Motion Grammar: Analysis of a Linguistic Method for Robot Control. //IEEE Transactions on Robotics. 2013.V.: 29, Issue: 3, June. – P. 704–718 .
4. *Клебан В.О., Шальто А.А., Парфенов В.Г.* Построение системы автоматического управления мобильным роботом на основе автоматного подхода . // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО . 2008. № 53. – С. 281-285
5. *Максимов А.А.* Один подход к построению конечноавтоматной управляющей сети. // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Приборостроение. - 2012. - Спец. вып. 6 : Робототехнические системы – С. 14–29.
6. *Van der Schaft A, Schumacher JM.* An introduction to hybrid dynamical systems. – London: Springer, 2000. –174 p.
7. *Dantam N. T. et al.* An incremental constraint-based framework for task and motion planning . // The International Journal of Robotics Research. 2018. – P. 1–20.
8. *Brockett R. W.* Formal languages for motion description and map making in Robotics. // Ed. Providence, RI: Amer. Math. Soc., 1990, vol. 41, – P. 181-193.
9. *Alur R., Courcoubetis C., Halbwachs N., Henzinger T.A., Ho P.-H., Nicollin X., Olivero A., Sifakis J., Yovine, S.* // The algorithmic analysis of hybrid systems.Theoretical Computer Science 138(1), 1995. – P. 3 - 34
10. *Белов И.Р. Ткачев С. Б.* Управление пространственным движением схвата робота-манипулятора. // Инженерный вестник. 2015. № 7. – С. 552–565.