

DOI:

ИННОВАЦИОННЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ НА ПРИМЕРЕ 3D СЕЙСМИЧЕСКОГО ПРОСВЕЧИВАНИЯ ПРИРОДНОЙ ЗОНЫ С ГАЗОВЫМИ СКОПЛЕНИЯМИ

Смагличенко Т.А.¹, Якоби В.Р.², Смагличенко А.В.³, Ахметзянов А.В.³

¹Институт проблем нефти и газа РАН, Россия, г. Москва, ул. Губкина 3

²Институт наук о Земле, Университет Йоханнеса Гутенберга, Германия, г. Майнц

³Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,

Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65

tasmaglichr@gmail.com, jacobu@uni-mainz.de, losaeylin@gmail.com, atlaswa@gmail.com

Аннотация. 3D компьютерная томография – современное направление для создания изображений жизненно-важных объектов, элементов крупномасштабных систем: подземных гидроэлектростанций, горных выработок шахт, сети трубопроводов, хранилищ газа и других. При моделировании территорий объектов матрицы имеют различные виды в зависимости от конфигурации и количества инструментальных наблюдений. Обращение матриц может быть затруднено из-за ограничений в условиях проведения эксперимента, способствующих произвольной разреженности матриц. Это привело к необходимости использования специальных технологий, среди которых традиционным является проекционный алгоритм LSQR Пейджа и Саундерса. В статье исследуются две созданные альтернативы: 1) вариант метода покоординатного спуска, так называемый метод «вычитания выбранных координат» и 2) модификация метода исключения Гаусса. По данным предыдущего тестирования методов на искусственных моделях было выявлено, что метод вычитания имеет преимущество перед LSQR в восстановлении отдельной крупномасштабной неоднородности, в то время как модификация Гауссова исключения способна реконструировать сложные крупномасштабные структуры. В настоящей работе мы впервые сопоставляем результаты применения двух разработок к реальным (не синтетическим модельным данным), полученным в одних и тех же условиях сейсмического эксперимента, проведенного на побережье вблизи зоны разломов, содержащей участки высоких концентраций природных газов. Определены общие черты изображений района газовых скоплений и их отличия, что позволило выявить преимущества и недостатки инверсионных схем.

Ключевые слова: системы линейных уравнений, разномасштабные структуры, сейсмические скорости

Введение

Функционирование крупномасштабных систем всегда сопряжено с природными рисками. Наводнения, трещины в зданиях промышленных сооружений, связанные с невидимыми подземными подвижками, разрывы нефтегазоносных труб в зонах разломов – всё это, далеко не полный перечень государственных проблем, которые могут нанести ущерб экономике. Своевременный контроль геологических структур, ответственных за состояние определённой крупномасштабной системы способен значительно уменьшить затраты на последствие природных катаклизмов. Общепризнанным инструментом, широко используемым в мире для просвечивания подземных структур, является сейсмическая томография. По данным регистрации локальных землетрясений, в целом неощутимым населением, могут быть созданы 3D изображения физических свойств среды под объектами крупномасштабных систем. Наиболее детальную информацию о структурных элементах среды дают численные методы решения систем алгебраических уравнений.

Среди методов решения широкую популярность получил алгоритм Пейджа и Саундерса, LSQR [1] для больших и разреженных систем. Вычислительная схема LSQR использует преимущество нулевых элементов матрицы для её ёмкого сингулярного разложения, поэтому результаты LSQR для матриц малого размера практически эквивалентны результатам метода сингулярного разложения. С появлением LSQR – алгоритма, быстродействующего, экономно расходующего машинную память, сочетающего в себе преимущество прямого разложения матрицы и последующего итерационного хода решения с помощью векторов Ланцоша, можно было бы закрыть исследования, связанные с продвижением других методов. Однако более глубокое изучение особенностей применения этого алгоритма, проведенное авторами работы [2], позволило выяснить, что даже при достаточно плотной расстановке измерительной аппаратуры алгоритм не справляется с восстановлением крупномасштабной структуры.

Важно заметить, что существует различие и связь между крупномасштабной структурой и крупномасштабной системой. Крупномасштабная система ассоциируется с понятием большой территории, в пределах которой функционируют объекты, включая их составные части. Геологическая среда, на которой данная территория расположена, может быть охарактеризована как разномасштабная: крупномасштабная и мелкомасштабная. Крупномасштабная структура

подразумевает неравномерное распределение крупных неоднородностей на исследуемой территории. Например, зона разлома, в пределах которой может быть расположен промышленный объект, рассматривается как крупномасштабная структура, окружённая площадью более однородного геологического строения. Мелкомасштабная структура это чередование неоднородностей, имеющих контрастные свойства. Расположение мелкомасштабных структур в пределах одной большой территории, крупномасштабной системы не исключается. Так, например, Балтийский щит имеет глубинное блоково-мозаичное строение [3]. Тем не менее, площадь щита занимает несколько тысяч кв. км. Упрощённые искусственные модели крупномасштабных и мелкомасштабных структур будут анализироваться в данной статье.

Для улучшения качества томографического изображения были разработаны две различные вычислительные схемы: 1) метод итерационного вычитания выбранных координат (ВВК), продвинутая версия метода по координатного спуска; 2) прямой метод модификации Гауссова исключения (МГИ). Сравнительное тестирование одних и тех же моделей разномасштабных искусственных структур в равных условиях численного эксперимента показало, что метод ВВК является более результативным, чем LSQR при решении проблемы отдельно расположенной крупной неоднородности на фоне однородной геологической среды, но не способен реконструировать модель, которая осложнена фоном контрастной крупной неоднородности [4]. Сложная крупномасштабная структура была восстановлена с появлением МГИ [5,6]. В настоящей статье мы обсуждаем отличительные черты методов, выявленные при их тестировании, и сопоставляем результаты применения ВВК и МГИ к одному и тому же набору реальных данных локальных сейсмических событий, которые произошли на северо-востоке Исландии в зоне разломов и линеаментов.

Нетривиальность сравнительного анализа результатов применения разных методов к реальным данным обусловлена тем, что при тестировании входная искусственная модель известна. При этом модель, полученная путём инверсии искусственных данных тем или иным методом, сопоставляется с входной информацией, и по разнице численных характеристик распознаётся качество восстановления. Однако при работе с реальными измерениями адекватность восстановления может быть оценена в первую очередь по независимым геологическим наблюдениям. Важную роль играют также численные значения параметров разрешения, которые призваны охарактеризовать разницу полученного решения и точного решения в смысле метода наименьших квадратов. Но при наличии серьёзных ошибок в данных, эти параметры теряют свойство показателей качества.

Основное внимание мы фокусируем на результатах ВВК и МГИ, полученных в районе, окружающем поле скопления углекислого газа и метана, имеющего гидротермальное происхождение. Мы полагаем прояснить ответы на следующие вопросы. Какое томографическое изображение наиболее реалистично? Каковы, в целом, особенности вычислительных алгоритмов, обрабатывающих реальные данные изучаемых разномасштабных структур?

1 Инновационные численные методы

1.1 Обобщённая постановка задачи

Физические задачи, в том числе задачи компьютерной томографии, а также обработки цифровых изображений приводят к решению системы линейных уравнений:

$$Ax = b + \varepsilon,$$

где A – прямоугольная матрица размерности, элементы которой определяются в точках сетки, заданной с помощью параметризации среды или параметризации функции; x – неизвестный вектор-столбец, компоненты которого соответствуют значениям неизвестного параметра в точках сетки; b является известным вектором-столбцом с компонентами, которые содержат ошибку ε . На практике исходная матрица часто бывает большой, переопределённой и разреженной.

Заметим, что для исследования крупномасштабных систем путём решения системы вида (1) могут использоваться не только сейсмические данные. С появлением высокоточной мультиспектральной аппаратуры дистанционного зондирования, пиксели получаемых аэрокосмических изображений (вектор b) зависят от комбинации отражательных свойств набора спектров. Каждая спектральная компонента имеет свою долю, которая неизвестна (вектор x). При достаточно большом количестве спектральных каналов может быть сформирована матрица, строки которой – известные вектора сигнатур пикселей.

1.2 Метод вычитания выбранных координат

Первая версия метода была разработана в процессе работы с данными региональных землетрясений. Основная идея вычислительной схемы была предложена советским и российским сейсмологом, чл.-корр. АН СССР, чл.-корр. РАН А.В. Николаевым. По полученным оценкам значений аномалий сейсмической скорости для блоков геологической среды проводился анализ максимальных по модулю значений аномалий и последующее вычитание вклада этих значений из известного вектора сейсмических наблюдений [7]. Метод имел название «последовательного вычитания аномалий». Затем метод был разработан как метод линейной алгебры с введением другого критерия выбора решения. Итерационное значение неизвестной координаты решения оценивалось по вкладу взвешенной суммы компонент известного вектора b [4].

Базовый поиск решения осуществляется аналогично методу покоординатного спуска. А именно, решение уравнения (1) может быть найдено путём минимизации функционала в смысле метода наименьших квадратов:

$$(1) F(x) = \|Ax - b\|^2$$

из условия равенства нулю производной функционала и достижения его минимального значения. Для итерационного вычисления координат решения используется формула:

$$(2) x^{(i)} = x^{(i-1)} + \alpha_k e_k,$$

где α_k компонента неизвестного вектора x , e_k ненулевая k -ая компонента единичного вектора.

Далее компонента α_k^* определяется из условия:

$$(3) \alpha_k^* = \arg \min_{\alpha_k} (F(x^{(i)})).$$

Подставляя (3) в (2), приравнявая нулю производную $F'(x^{(i)})$, получаем выражение для вычисления α_k^* :

$$(4) \alpha_k^* = -\frac{(Ax^{(i-1)} - b, Ae_k)}{(Ae_k, Ae_k)}.$$

В данном случае скобки означают скалярное произведение векторов, которое определяется как сумма произведений их соответствующих компонент. Понятно, что Ae_k – k -ый столбец матрицы A . Если предположить, что $x(0)=0$, то формула принимает более простой вид для вычислений:

$$(5) \alpha_k^* = \frac{\sum_m (a_{mk} b_m)}{\sum_m a_{mk}^2},$$

где a_{mk} элемент матрицы A , b_m – m -ая компонента известного вектора. Если нулевое приближение отлично от нуля, это не меняет вида формулы (6), за исключением того, что вместо всех компонент исходного известного вектора b в вычислениях будет принимать участие новый вектор \tilde{b} компоненты которого определяются разницей векторов $Ax^{(0)}$ и b .

Подставляя (5) в (3), а затем полученное выражение для $x^{(i)}$ в (2), мы имеем следующее выражение для функционала F :

$$(6) F(x^{(i)}) = \|Ax^{(i-1)} - b\|^2 - \frac{(Ax^{(i-1)} - b, Ae_k)}{(Ae_k, Ae_k)}.$$

Таким образом, минимальное значение функционала зависит от максимального значения величины $D(k)$, определяемой выражением:

$$(7) D(k) = \frac{(Ax^{(i-1)} - b, Ae_k)}{(Ae_k, Ae_k)}.$$

Подставляя $x^{(0)} = 0$ при $i = 1$, мы получим простое выражение для вычисления $D(k)$:

$$(8) D(k) = \frac{\sum_m (a_{mk}, b_m)^2}{\sum_m a_{mk}^2}.$$

Как и в случае формулы (6), если ненулевое приближение отлично от нуля, то вид формулы (9) сохраняется для изменённого вектора b , учитывающего вклад ненулевых компонент начального приближения.

Формулы (2-9) описывают известные приёмы поиска минимального значения функционала в смысле метода наименьших квадратов. Они включают поиск экстремума, подстановку значений, на которых достигается экстремум, в выражение для функционала и определение выражений, от которых зависит минимум.

Первым автором данной статьи была предложена следующая простая оценка для величины, максимальное значение которой приводит к минимальному значению функционала:

$$(9) D(k) = \frac{\sum_m (a_{mk}, b_m)^2}{\sum_m a_{mk}^2} \leq \frac{\sum_m (a_{mk})^2 (b_m)^2}{\sum_m a_{mk}^2} = \sum_m (b_m)^2.$$

Почему имело смысл не работать с элементами матрицы A ? Прежде всего, это громоздкие вычисления, включая операторы деления. Ошибка округления сказывалась на оценках даже матриц малого размера. И, конечно, плохая обусловленность системы, выражающаяся в присутствии ошибок в элементах матрицы, как показало тестирование, также мешала участию элементов исходной матрицы при оценке $D(k)$.

Заметим, что в выражении (10) значения критерия $D(k)$ вычисляются путём суммирования квадратов только тех компонент известного вектора b , которые соответствуют ненулевым элементам k -ых столбцов матрицы A . В случае хорошего заполнения матрицы ненулевыми элементами, что редко бывает на практике, значения $D(k)$ могут быть приблизительно равными, тогда рекомендуется одновременное вычитание всех компонент, определённых формулой (5) и имеющих k -ый индекс, с целью получения следующего приближения, заданного формулой (3).

С появлением нового метода, когда достаточно понятно можно было интерпретировать его алгебраические шаги с точки зрения физического эксперимента возникла необходимость сравнения с алгоритмом LSQR. Несмотря на тот факт, что метод вычитания аномалий был опубликован в международной прессе в 1985 г. [7] в практику широкого применения вошёл LSQR, появившийся в печати почти одновременно в 1987 г. [1]. По понятным причинам, включая публикацию в математическом журнале, обеспечение исследователей легко программируемой, рекуррентной процедурой поиска решения, LSQR вытеснил интерес к другим подходам.

Тестовое сравнение нового ВБК с LSQR [4] выявило интереснейшие преимущества и недостатки обеих технологий. Сначала тестирование было проведено для мелкомасштабной структуры. Схематически такая структура представляется в виде шахматной доски, которая размещает контрастные неоднородности, чередующиеся в шахматном порядке. Например, белое поле на рисунке 1 может соответствовать отклонению свойств неоднородности от однородной среды, которое численно выражается, например, в положительных значениях, в то время как чёрное поле отражает численное отклонение в противоположную сторону, то есть представлено, например, отрицательными значениями, равными по модулю положительным. Рисунок 1 показывает: первую тестируемую модель (крайнее левое изображение), результат LSQR восстановления [2] и результат ВБК восстановления [4]. Можно видеть, что оба метода справились с задачей адекватного восстановления. Однако для реконструкции такой небольшой по размеру системы ВБК потратил 182 итерации, что чрезвычайно много в сравнении с LSQR, показавшего результат за одну итерацию применения сингулярного разложения. Рисунок 2 иллюстрирует следующий этап соревнования. В качестве исходной модели 2 используется крупномасштабная структура: неоднородное поле, окружённое другим тоже крупным, численно соответствующим нулевому показателю отклонения свойств от модели, принятой за однородную среду. Назовём эту структуру «одиночной» неоднородностью. Такая модель не восстановилась применением LSQR, но за 89 итераций ВБК достиг минимального значения функционала (2), успешно реконструировав данную модель.

Отметим, что сложно построенная крупномасштабная модель, когда вместо однородного поля крупную неоднородность окружает другая, имеющая контрастные свойства (см. рис. 3 в следующей секции), не была восстановлена ни LSQR, ни ВВК применением. А именно, результаты инверсии искусственных данных не совпадали с используемой на входе тестируемой моделью для обоих методов. Численные описания всех тестов даны в [4]. Тем не менее, даже безуспешные результаты тестирования третьей модели позволили увидеть, что LSQR метод не доопределил, занизил по амплитуде значение крупной неоднородности меньшего размера, при этом знак численного значения этого аномального блока сохранился. Также сохранился знак окружающей неоднородности большего размера, но сами значения по модулю были, как переопределены, так и не доопределены. Подробное объяснение причин «ампутации» крупной неоднородности меньшего размера путём анализа поведения собственных векторов матрицы сингулярного разложения можно найти в [2]. В случае ВВК для некоторых ячеек окружающих малогабаритную неоднородности результат совпал с LSQR, однако сама неоднородность восстановлена не была. Таким образом, LSQR проявил некоторую лучшую тенденцию при восстановлении сложно построенной крупномасштабной модели, чем ВВК и потерпел неудачу при восстановлении модели отдельной крупномасштабной неоднородности, расположенной на фоне однородного поля. В то же время, надо понимать, что «платой» за качественную работу ВВК является довольно большое число итераций, а значит затраты машинного времени.

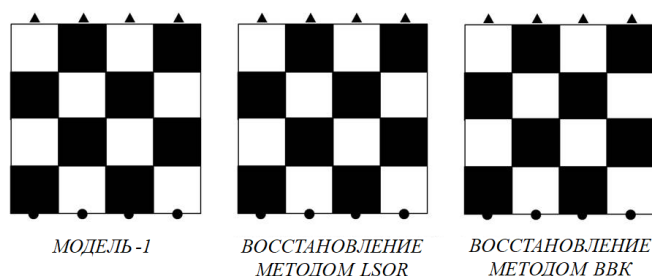


Рис.1. Тестируемая модель мелкомасштабной структуры «шахматной доски» и результаты её восстановления: традиционным LSQR и инновационным ВВК методами. Геометрия эксперимента задаётся расположением источников излучения (чёрные круги) и приёмниками (чёрные треугольники).

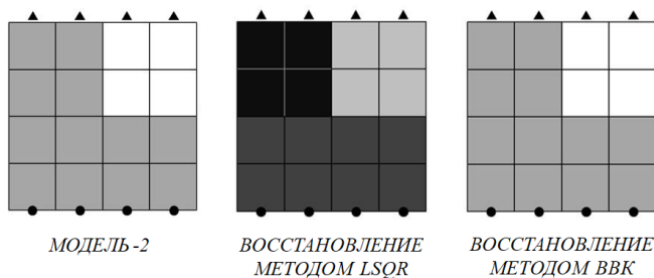


Рис. 2. Тестируемая модель крупномасштабной «одиночной» неоднородности и результаты её восстановления.

Несмотря на такой исход, другой разработанный на базе ВВК алгоритм, в комбинации с модификацией Гауссова исключения, которую описывает следующая секция, доказал свою уникальность и явное преимущество перед LSQR. Речь идёт об эксперименте, проведённом для модели углеводородного пласта [8]. Формулы (5-6) были преобразованы для определения структуры однородного пласта за один шаг итерации.

1.3 Модификация метода Гауссова исключения

Самой главной причиной, которая повлияла на необходимость создания нового подхода для томографии, было убеждение первого автора настоящей статьи в том, что входная ошибка ϵ не является малой. Никто не может повторить землетрясение или много раз воспроизводить направленные взрывы при геологических работах, чтобы быть уверенным в адекватности снятия показаний сейсмограммы. Данные природных экспериментов подвержены влиянию сложной ошибки, включающей, прежде всего ошибку измерения (идентификация фазы, согласованность времени по секундам), ошибку

моделирования, параметризации, которая имела особое значение при проведении тестов, описанных в предыдущей секции и т.д.

Задачи управления используют решения систем, также подверженных ошибкам неизвестного уровня. Одним из примеров является идентификация особенностей поверхности объекта по данным измерений интенсивности света, отражённого от него.

В соответствии с МГИ, система разбивается на множество подсистем:

$$(11) \quad \begin{cases} A^1 x^1 = b^1 \\ \vdots \\ A^q x^q = b^q \end{cases},$$

где переопределённая подматрица A^i (клетка исходной матрицы A) большей частью заполнена ненулевыми элементами. В случае сейсмических данных такие элементы определяются длинами путей лучей, идущих от источников кластера сейсмической активности к одной и той же станции. Вектор b^i – соответствующий вектор известной правой части подсистемы, вектор x^i – неизвестный вектор подсистемы.

Следующим этапом решения является построение базисных подсистем. Для этого из строк матрицы каждой подсистемы выбираются те, которые удовлетворяют теореме Кронекера-Капелли. Согласно этой теореме система является совместной, то есть имеет единственное решение, если ранг исходной матрицы равен рангу расширенной матрицы $(A^i)'$ и числу неизвестных параметров подсистемы n^i :

$$(12) \quad \text{rank}(A^i) = \text{rank}(A^i)' = n^i.$$

Фактически это условие эквивалентно тому, что в матрице разрешения, используемой для LSQR алгоритма, диагональные элементы будут равны 1, то есть система будет эффективно разрешена. В отличие от традиционного подхода, апостериори оценивающего разрешение исходной большой системы, метод МГИ настроен на выбор малых подсистем, которые могут быть адекватно разрешены. Понятно, что работать с исходной большой разреженной матрицей очень сложно. Проблема накопления ошибки округления в случае огромного числа данных может ставить под сомнение определение параметров матрицы разрешения, которая в случае LSQR является произведением нескольких матриц большой размерности. При предлагаемом же способе решения МГИ такой численной проблемы нет, так как обрабатываются заполненные матрицы малой размерности. Выбранные согласно критерию (12) строки составляют базис подсистемы. Путем их численного обращения без особых вычислительных трудностей мы получаем обратную матрицу $(A^i \text{ базис})^{-1}$, умножение которой на соответствующий наблюдаемый вектор $b^i \text{ базис}$ даст значения компонент неизвестного вектора x из уравнения (1). Третий этап – в сравнении найденных решений подсистем для одной и той же компоненты вектора x . Для k -той компоненты строится последовательность значений. Из последовательности значений выделяется сходящаяся подпоследовательность приближённо равных значений и вычисляется средняя оценка, которая утверждается как решение, полученное для данной компоненты. Оно подставляется в исходную систему, сокращая ее размерность. Процесс повторяется заново до тех пор, пока не определятся все возможные компоненты вектора x , образованные подсистемами.

Тестирование МГИ было осуществлено для самого сложного случая крупномасштабной структуры, когда определённая крупная неоднородность (например, положительные численные значения одинаковые по модулю) окружена контрастным неоднородным полем (например, отрицательными значениями, равными по модулю значениям крупной неоднородности). Именно эта модель создала препятствие, как для традиционного [2], так и для ВВК метода [4] (см. предыдущую секцию). Рисунок 3 иллюстрирует результаты всех рассмотренных в данной статье технологий. Можно утверждать, что проблема данной сложной крупномасштабной структуры преодолена МГИ. Описание численного примера модели представлено в [6].

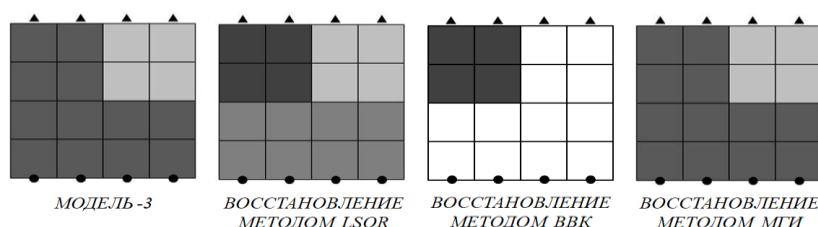


Рис. 3. Тестируемая модель сложной крупномасштабной структуры и результаты её восстановления.

2 Сравнение результатов ВВК и МГИ для одного и того же района скопления газов

ВВК и МГИ были применены к одному и тому же набору данных времён вступления сейсмических волн от локальных землетрясений малых магнитуд, зарегистрированных на северо-восточном побережье Исландии в 1986-1989 гг. Мы сравниваем два решения уравнения (1), которыми являются значения сейсмической скорости, полученные для области, окружающей площадь скопления газов CO₂ и CH₄ в осадочном отложении на дне моря недалеко от острова Гримси. Поле Гримси характеризуется интенсивной гидротермальной активностью. Проведённые в этом районе наблюдения с использованием методов акустического просвечивания, батиметрии и сейсмического профилирования выявили и подтвердили наличие отверстий в морских осадочных отложениях поля для выхода газа. Показатель концентрации углекислого газа указывал на источник магматического происхождения, в то время как высокое содержание метана согласно геохимическому анализу может быть обусловлено термическим разложением осадочных органических веществ, что также характерно для метана как основного компонента природного газа на суше.

Томографические изображения, полученные с помощью применения ВВК и МГИ, выявили присутствие высокоскоростной аномалии (Рис.4-а, б) в окрестностях газового поля (белый квадрат) в диапазоне глубин поверхностного слоя 0-5 км. В случае МГИ аномалия окружает поле, что выглядит более правдоподобно. Высокоскоростная аномалия, определённая методом ВВК (Рис.4-а), находится к западу от поля и имеет скорость прохождения продольной волны, равную 4.47 км/с. Аномалия достаточно слабая по отношению к однородному полю, которое характеризуется скоростью 4.3 км/с. Тем не менее, найденная структура имеет хорошее разрешение, так как согласно проведённым расчётам значения параметра разрешения метода «вычитания» близки к 1.0 для этой структуры.

Результаты МГИ показали, что район площадью ~190 кв. км, включающий гидротермальное поле Гримси, площадью ~1 кв. км, отличается более высокой сейсмической скоростью 4.89 км/с (Рис.4-б). Таким образом, скважины с газом, получающие подпитку от гидротермальной реакции на глубине 1-2 км, окружены найденной высокоскоростной структурой до глубины 5 км, которая является природным куполом, защищающим скважины. Экспериментальные исследования влияния флюидов на упругие свойства пород в условиях высоких температур и давлений [9] определили, что найденная скорость 4.89 км/с близка к выявленным скоростям базальта ~ 5.0 – 5.2 км/с при температуре в диапазоне 100-200° С. Эксперименты были проведены на образцах базальта, взятых с Фарерских островов (соседняя с Исландией страна) и Камчатки (базальт Киргурич) при использовании шестипуансонного пресса и газового аппарата с внутренним нагревом. Известно, что температурный режим изучаемого поля Гримси имеет диапазон 131 – 249° С. Следовательно, защитным куполом с большой вероятностью является базальт. Это совпадает с предположением геохимического исследования, согласно которому уравновешивающей гидротермальную активность породой может быть базальт.

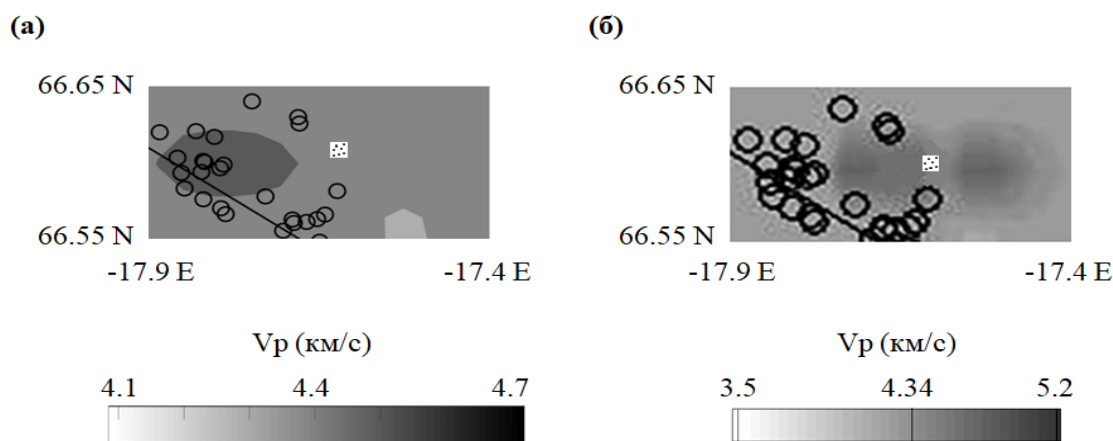


Рис. 4. Томографические изображения скоростных неоднородностей района, окружающего поле газовых скоплений, полученные: (а) методом ВВК (б) методом МГИ. Расположение белого квадрата соответствует нахождению поля. Окружностями обозначены гипоцентры локальных землетрясений.

Заключение

Сравнение результатов ВВК и МГИ показало, что общей особенностью изображений, полученных путём обработки реальных данных сейсмического эксперимента, является найденная относительно высокая сейсмическая скорость для подземных структур, которые находятся вблизи изучаемого поля скоплений CO_2 и CO_4 . Из-за сложности и масштабности геологических структур, присутствующих в зоне разломов, а также по результатам тестирований можно предположить, что ВВК не доопределил аномалию, которая хорошо обозначилась с помощью МГИ. Численное значение сейсмической скорости, выявленной МГИ, лучше интерпретируется сравнением с другими объективными оценками, полученными в условиях лабораторных испытаний образцов.

В то же время, несмотря на эффективность МГИ, мы не можем утверждать, что этот метод превосходит все остальные. Например, когда число данных невелико, то строгое требование выстраивать сходящиеся подпоследовательности приближённо равных значений выполняется далеко не для всех компонент неизвестного вектора. Это препятствует полноте оценок пусть приближённого решения там, где данные измерений всё-таки присутствуют.

С другой стороны, при небольшом наборе данных получаемые решения МГИ способны дать качественный результат. Так, в работе [10] проведено сопоставление результатов LSQR и МГИ, полученных в результате обработки реальных данных северо-востока Исландии вдоль одного и того же глубинного разреза 0-15 км. Результаты инверсии практически совпали для найденной мелкомасштабной структуры. Но в случае МГИ матрица содержала всего около 4000 строк, а LSQR работал с матрицей, число строк которой было 45000, то есть в 11 раз большей. Следовательно в условиях экономии затрат на регистрирующую аппаратуру МГИ проявляет своё явное преимущество.

Работа выполнена в рамках проектов Минобрнауки России №. АААА-А19-119013190038-2, №. А А А А - А 19-119101690016-9, №. 10.331-17. Соавтор статьи участвует в проекте РФФИ № 18-29-10013 мк.

Литература

1. Paige C.C., Saunders M.A. LSQR: an algorithm for sparse linear equations and sparse least squares // ACM Trans. Math. Soft. Vol. 8. 1982, №1. – P.43-71.
2. Leveque J.J., Rivera L., Wittlinger G. On the use of the checkerboard test to assess the resolution of tomographic inversions // Geophys. J. Int. Vol. 115. 1993. – P.313-318.
3. Шаров Н.В. Литосфера Северной Европы по сейсмическим данным. Петрозаводск: Карельский научный центр РАН, 2017. – 173 с.
4. Smaglichenko T.A., Nikolaev A.V., Horiuchi S., Hasegawa A. The method for consecutive subtraction of selected anomalies: the estimated crustal velocity structure in the 1996 Onikobe ($M = 5.9$) earthquake area, northeastern Japan // Geophys. J. Int. Vol. 153. 2003. – P.627-644.

5. *Smaglichenko T.A.* Modification of Gaussian elimination for the complex seismic data // Numerical Analysis and Applied Mathematics, ICNAAM 2011, AIP Conference Proceedings, American Institute of Physics 978-0-7354-0956-9/S30.00. Vol. 1389. 2011. – P.1003-1006.
6. *Smaglichenko T.A., Horiuchi S., Takai K.* A differentiated approach to the seismic tomography problem: Method, testing and application to the Western Nagano fault area (Japan) // International Journal of Applied Earth Observations and Geoinformation. Vol. 16. 2012. – P.27-41.
7. *Nikolaev A.V., Sanina I.A., Trifonov V.G., Vostrikov G.A.* Structure and evolution of the Pamir-Hindu Kush region lithosphere // Phys.Earth planet. Inter. Vol. 41. 1985. – P.204.
8. *Смагличенко А.В., Саянкина М.К.* Структурный алгоритм для многоленточных матриц, возникающих в задаче сейсморазведки // Сеточные методы для краевых задач и приложения. Материалы Десятой Международной конференции. Казань: Казанский университет, 2014. – С.536-541.
9. *Lebedev E.B., Ryzhenko B.N., Burkhardt H., Zharikov A.V., Roshchina I.A., Kononkova N.N., Zebrin S.R.* Influence of fluid composition on the elastic properties of sandstone and quartzite at high temperature and pressure in application to the problem of crustal waveguides // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. Vol. 50. 2014, № 3. – P.367-377.
10. *Smaglichenko T.A., Smaglichenko A.V., Jacoby W.R., Sayankina M.K.* Cluster Algorithm Integrated with Modification of Gaussian Elimination to Solve a System of Linear Equations // In: Dash S., Lakshmi C., Das S., Panigrahi B. (eds) Artificial Intelligence and Evolutionary Computations in Engineering Systems. Advances in Intelligent Systems and Computing. Singapore: Springer, 2020. Vol. 1056.