

DOI:

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ СКОЛЬЗЯЩИЙ РЕЖИМ В ЗАДАЧЕ СЛЕЖЕНИЯ ДЛЯ МОБИЛЬНОГО РОБОТА¹

Рассадин Ю.М., Шинкарьюк А.Г.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,

Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65

rassadin@ipu.ru, alla.shinkaryuk@gmail.com

Аннотация: Предложен алгоритм управления для мобильного робота, позволяющий не только решить задачу слежения при неизвестных параметрах системы, но и подавить воздействие сопутствующих электромеханическим системам несогласованных возмущений. Синтез закона обратной связи проведен на основе блочного подхода, вихревого алгоритма и скользящих режимов.

Ключевые слова: мобильный колёсный робот, неголономная электромеханическая система, задача слежения.

Введение

Колесные мобильные роботы (МР) в настоящее время широко используются в промышленных целях (безопасность человеческого персонала в опасных условиях, автоматизированные логистические центры), а также в образовательных целях (дешевые и относительно простые мехатронные системы для знакомства с робототехникой). Задачи управления колесным роботом с неголономными ограничениями рассматриваются уже в течение длительного периода времени [1,2], но в современных работах также уделяется большое внимание этому классу объектов управления [3]. Мобильные роботы с дифференциальным приводом, являясь одними из самых простых мехатронных объектов, в то же время представляют собой идеальный пример для иллюстрации проблем, которые возникают при синтезе обратной связи для исполнительных устройств.

В данной работе основное внимание уделено синтезу закона управления для исполнительных устройств, при котором учитываются как переменные состояния механической природы, так и динамика электроприводов. Стоит заметить, что управляющее воздействие в электромеханических системах почти всегда выбирается разрывным, имеющим релейный характер. Этот факт, а также относительная простота процедуры синтеза, обуславливают в данной работе ограничения на класс возможных функций обратной связи, которые выбираются разрывными с постоянной амплитудой. Физические параметры установки, как правило, известны заранее, но в реальных задачах всегда присутствует некоторая погрешность, конечная точность измерений. Также некоторые параметры могут изменяться во время работы установки. Для набора таких переменных параметров в данной работе предлагается адаптивную составляющую вектора управления, которая будет реализована на основе метода эквивалентного управления [4].

Дальнейшее изложение строится следующим образом. Во втором разделе работы, «Постановка задачи», описан объект управления, введена его математическая модель и критерий задачи управления. Также обсуждается вектор переменных параметров, оценка которого будет получена на основе адаптивной процедуры. Третий раздел посвящен синтезу базового закона управления, который проводится на основе блочного подхода, что позволяет декомпозировать задачу управления на последовательно решаемые подзадачи меньшей размерности. В четвертом разделе приводится описание адаптивной процедуры и её реализации с помощью разрывного входного сигнала с постоянной амплитудой.

1 Постановка задачи

Рассмотрим задачу слежения для мобильного робота. Желаемая траектория задана на плоскости вектором функций $s_d(t)$, гладких вместе с двумя первыми производными по времени:

$$(1) \quad s_d(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}, \dot{s}_d(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix}, \ddot{s}_d(t) = \begin{pmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{pmatrix}$$

В данной работе проблема планирования траектории не рассматривается, так как основная цель – продемонстрировать процесс связи желаемой траектории как функции времени и задания для исполнительных устройств, для которых потом будет произведен синтез закона обратной связи.

¹Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках проекта №20-01-00363 А.

Рассмотрим наиболее часто встречающуюся разновидность автономного мобильного робота – платформу с двумя неориентируемыми ведущими колёсами и одним независимым колесом для поддержки равновесия относительно оси ведущих колёс [1]. У такого робота не имеется подруливающих систем, часто выполненных с применением гидравлических элементов. Таким образом, в работе рассмотрен только один тип исполнительных устройств, двигатель постоянного тока. Изменение ориентации робота достигается за счёт разницы между угловыми скоростями ведущих колёс.

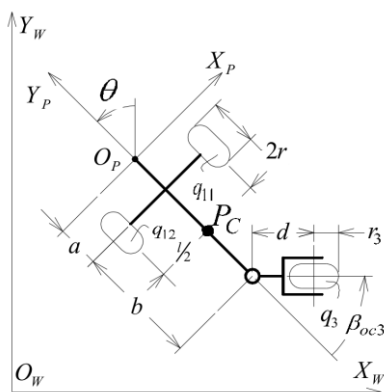


Рис. 1. Схема двухколесного мобильного робота

Простейшая схема такого робота изображена на рисунке (1). Обозначим точку центра масс робота P_C . Также обозначим O_P нулевую точку системы координат, связанной с роботом, относительно которой будет рассматриваться ориентация устройства. Как правило, ось абсцисс направлена вдоль оси вращения колёс и называется поперечной, а ось ординат направляют по нормали к оси вращения колёс и называют продольной. Каждый отдельный экземпляр характеризуется вектором конструктивных физических параметров. Введём их обозначения в таблице 1:

Таблица 1. Основные обозначения

Параметр	Описание
r	Радиус ведущих колёс
r_3	Радиус вспомогательного опорного колеса
l	Расстояние между двумя колесами
d	Расстояние от вертикальной оси вращения до центра масс опорного колеса
l_c	Расстояние от центра масс до центра ведущей оси
m_c	Масса неподвижных частей робота
m_v	Масса каждой из подвижных частей (колесо и ротор)
I_C	Момент инерции мобильного робота относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс
I_W	Момент инерции подвижных частей робота относительно их оси вращения

Стандартно мобильный робот представляют в виде твердого недеформируемого тела, контакт колеса с поверхностью принимают за точку, исключая проскальзывание и пробуксовку. Такие ограничения не позволяют без знания начальных условий однозначно определить состояние объекта по уравнениям динамики и называются неголономными. Кинематические ограничения робота с двумя стандартными колесами описываются уравнениями вида [1]:

$$(2) \quad \begin{aligned} J_1(\beta_c, \beta_{oc})R(\theta)\dot{\xi} + J_2\dot{\phi} &= 0 \\ C_1(\beta_c, \beta_{oc})R(\theta)\dot{\xi} + C_2\dot{\beta}_{oc} &= 0 \end{aligned}$$

где

$$J_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & L \\ 0 & 1 & L \\ \cos\beta_{oc3} & \sin\beta_{oc3} & L\cos\beta_{oc3} \end{pmatrix}, J_2 = \text{diag}(r), C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ \sin\beta_{oc3} & -\cos\beta_{oc3} & L\sin\beta_{oc3} \end{pmatrix}, C_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ d \end{pmatrix},$$

а β_{oc3} – угол ориентации опорного колеса.

Динамическая модель робота описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений вида [1]

$$(3) \quad \begin{aligned} \dot{q}_1 &= q_2 \\ \dot{q}_2 &= H^{-1}(q_1)(v - G(q_1) - C(q_1, q_2)), \\ \dot{v} &= -Av - Dq_2 + Bu, \end{aligned}$$

где q_1 – вектор углов ориентации колес, q_2 – вектор соответствующих угловых скоростей, v – вектор моментов, развиваемых исполнительными устройствами, u – реальное управляющее воздействие. Матрицы H, C, G имеют следующий вид:

$$H(q_1) = \begin{pmatrix} m & 0 & m_c d \sin(q_{13}) \\ 0 & m & -m_c d \cos(q_{13}) \\ -m_c d \sin(q_{13}) & m_c d \cos(q_{13}) & I \end{pmatrix}, C(q_1, q_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & m_c d q_{23} \cos(q_{13}) \\ 0 & 0 & m_c d q_{23} \sin(q_{13}) \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$G(q_1) = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} \cos(q_{13}) & \cos(q_{13}) \\ \sin(q_{13}) & \sin(q_{13}) \\ b & -b \end{pmatrix}$$

где $m = m_c + 2m_\omega, I = I_c + 2I_\omega + m_c d^2 + 2m_\omega b^2$. Как было упомянуто ранее, в качестве исполнительных устройств выбраны двигатели постоянного тока. Такой выбор позволяет не сильно углубляться в проблемы управления подобными устройствами, но тем не менее учесть специфику актуаторов. Конструктивные параметры ДПТ содержатся в диагональных матрицах $A, D, B \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ с постоянными положительными коэффициентами передачи.

2 Синтез базового закона управления

Согласно классификации, введенной в [1], такой робот, без подруливаемых колес, относится к типу (2,0) и также может быть описан кинематической позиционной моделью вида

$$(4) \quad \begin{aligned} \dot{x} &= -\sin(\theta)v, \\ \dot{y} &= \cos(\theta)v, \\ \dot{\theta} &= \omega, \end{aligned}$$

где (x, y, θ) – переменные состояния, v, ω – обобщенные управляющие воздействия, продольная и угловая скорости.

Для простоты будем считать, что в нулевой момент времени робот уже находится на желаемой траектории, т.е. $q_1(0) = q_{1d}(0)$. Данное предположение не ограничивает общность наших рассуждений, ведь этого условия всегда можно добиться на этапе планирования траектории. В соответствии с кинематической моделью (4) и уравнениями желаемой траектории (1), запишем такие продольную и угловую скорость робота, которые будут обеспечивать слежение за траекторией, а именно:

$$(5) \quad \begin{aligned} v_d &= \sqrt{\dot{x}_d^2 + \dot{y}_d^2}, \\ \omega_d &= \frac{\ddot{y}_d \dot{x}_d - \ddot{x}_d \dot{y}_d}{\dot{x}_d^2 + \dot{y}_d^2}. \end{aligned}$$

Так как $x_d(t), y_d(t)$ известны достаточно гладкие функции времени, перейдем к использованию обозначений $v_d(t), \omega_d(t)$, как если бы задача ставилась изначально в терминах этих величин. Тогда для угловых скоростей колес робота можно записать выражения:

$$(6) \quad q_{21d} = \frac{1}{r} \left(v_d + \frac{\omega_d D}{2} \right),$$

$$q_{22d} = \frac{1}{r} \left(v_d - \frac{\omega_d D}{2} \right).$$

Обозначим невязку слежения роботом за заданной траекторией, как

$$(7) \quad e_1 = q_1 - q_{1d}.$$

Для того, чтобы заставить ошибку слежения в нуле, запишем выражение для производной по времени и назначим фиктивное управление:

$$(8) \quad \dot{e}_1 = q_2 - q_{2d},$$

где $q_{2d} = \text{col}(q_{21d}, q_{22d})$. Назначим фиктивное управление q_2^* таким образом, чтобы обеспечить требуемый темп сходимости e_1 : $q_2^* = -K_1 e_1 + q_{2d}$.

Уравнение для e_1 после замыкания обратной связи должно принять вид

$$(9) \quad \dot{e}_1 = -K_1 e_1 + e_2.$$

Чтобы обеспечить выбранный коэффициент усиления K_1 , устремим невязку угловой скорости к нулю:

$$e_2 = (q_2 + K_1 e_1 - q_{2d}) \rightarrow 0$$

Производная по времени от e_2 :

$$(10) \quad \dot{e}_2 = H^{-1}(q_1)(v - C(q_1, q_2)q_2 - G(q_1) + \eta(t)) - K_1^2 e_1 + K_1 e_2 - \dot{q}_{2d},$$

где вектор обобщенных моментов $v \in \mathcal{R}^n$, $\dim(v) = \dim(e_2)$, должен рассматриваться как фиктивное управление.

Для обеспечения желаемой зависимости угловой скорости необходимо с помощью ДПТ устремить e_2 к нулю с коэффициентами K_2 (диагональная $(n \times n)$ матрица положительных элементов, выбранных таким образом, чтобы преодолеть эффект положительного слагаемого $K_1 e_2$). Вектор v необходимо устремить к желаемым значениям v_d , которые записываются как

$$v_d = Cq_2 + G + H[q_{3d} + K_1^2 e_1 - (K_1 + K_2)e_2]$$

Уравнение замкнутой системы для e_2 тогда примет вид

$$\dot{e}_2 = -K_2 e_2 + H^{-1}(q_1)\eta(t) + e_3,$$

где $e_3 = v - v_d$. Истинное управление появляется в уравнениях, полученных на последнем шаге дифференцирования e_3 по времени:

$$\dot{e}_3 = -Av - Dq_2 + Bu - \dot{v}_d,$$

$$\dot{v}_d = \dot{C}q_2 + C\dot{q}_2 + \dot{G} + \dot{H}[q_{3d} + K_1^2 e_1 - (K_1 + K_2)e_2] + H[q_{4d} + K_1^2(-K_1 e_1 + e_2) - (K_1 + K_2)(-K_2 e_2 + H^{-1}(q_1)\eta(t) + e_3)]$$

3 Синтез адаптивной процедуры

Так как основная цель работы состоит в демонстрации синтеза обратной связи для исполнительных устройств, предположим, что параметры кинематической и динамической моделей мобильного робота известны. Предположим также, что синтез фиктивной обратной связи проведен и не требует адаптивных алгоритмов, отличных от известных современных подходов. Подобные предположения не ограничивают общность рассуждений, так как фиктивная обратная связь в данном случае не может иметь разрывной характер и назначается стандартными методами [7-9]. Итак, рассмотрим фиктивное управление для второго блока как желаемую траекторию для исполнительных устройств, а их

физические параметры в третьем уравнении системы (2) будем полагать неизвестными. Невязку моментов (8) $e_3 = v - v_d$ требуется стабилизировать в нуле. Продифференцируем по времени:

$$(11) \quad \dot{e}_3 = -Av - Dq_2 + Bu - \dot{v}_d.$$

Введём желаемый закон управления:

$$(12) \quad Bu = -Ke_3 - \rho\hat{W}$$

где K – положительный постоянный коэффициент усиления, $\rho\hat{W} = -Av - Dq_2$, \hat{W} является оценкой вектора W , и закон изменения оценки установим в виде:

$$(13) \quad \dot{\hat{W}} = Q\Phi e_3 - \mu Q\hat{W},$$

где $Q > 0$ – матрица настроечных коэффициентов, μ является малым коэффициентом настройки, Φ и W определены как в **Ошибка! Источник ссылки не найден.**:

$$\Phi = \begin{bmatrix} -v_1 & 0 & -q_{21} & 0 & -v_{d1} & 0 \\ 0 & -v_2 & 0 & -q_{22} & 0 & -v_{d2} \end{bmatrix},$$

$$W = [A_{11} \quad A_{22} \quad D_{11} \quad D_{22} \quad B_{11} \quad B_{22}].$$

4 Модифицированная поверхность скольжения

Как было заявлено при описании задачи, управляющее воздействие должно выбираться из класса разрывных функций с постоянной амплитудой. Выбранный же в предыдущем параграфе закон управления является линейным. Это несоответствие можно обойти с помощью метода эквивалентного управления [10]. Синтез разрывной обратной связи, в соответствии с блочным принципом, разделяется на два этапа – пошаговое назначение зависимостей фиктивных управлений и выбор амплитуды разрывного управления, достаточной для реализации выбранного на первом этапе управления. При неизвестных параметрах модели одним из возможных подходов является адаптивная процедура оценивания этого вектора [6]. Выбором истинного управления u необходимо обеспечить слежение за выбранными значениями $u^* = -Ke_3 - \rho\hat{W}$. Запишем уравнения системы управления:

$$(14) \quad \begin{aligned} \dot{s} &= -Ke_3 - S\hat{W} + Bu, \\ \dot{\hat{W}} &= Q\Phi e_3 - \mu Q\hat{W}, \end{aligned}$$

где e_3 – невязка управляющих моментов. Выбрав входной сигнал в форме $u = -U\text{sgn}(s)$, с достаточно большой амплитудой U , возможно обеспечить справедливость $s = 0$, тем самым реализовав предложенный алгоритм. Тогда невязка скорости $e_2 \rightarrow 0$ сойдётся к нулю, обеспечив соотношение $\dot{e}_1 = (-K_1 e_1 + e_2 \rightarrow -K_1 e_1)$, которое требуется для решения исходной задачи слежения $e_1(t) = e_1(0)e^{-K_1 t} \rightarrow 0$.

Заключение

Угол ориентации опорного колеса, если обеспечить его измерение, может быть использован для оценки радиуса кривизны траектории робота, а также для определения проскальзывания или пробуксовки. Такое свободное колесо в рассмотренной модели всего лишь обеспечивает равновесие в плоскости, нормальной к оси вращения ведущих колес. Динамикой данного узла зачастую пренебрегают для упрощения рассматриваемой модели. В качестве направления дальнейших исследований и натурных испытаний можно предложить использовать измерения угла ориентации колеса при чрезмерном расхождении реальных данных и результатов численного моделирования. Многие современные исследования посвящены задачам управления группой роботов. С точки зрения данной работы, такие групповые результаты должны использоваться на этапе планирования траектории для задачи слежения, которые возможно решать с помощью описанного выше подхода. Также необходимо не только решать задачу слежения при неизвестных параметрах системы, но и обеспечить возможно подавлять воздействие сопровождающих электромеханические системы

несогласованных возмущений, которые не могут быть напрямую скомпенсированы управляющими устройствами.

Литература

1. *Campion G., Bastin G., Dandrea-Novel, B.* "Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 12 No. 1, Pages 47--62, February 1996.
2. *Бурдаков С.Ф., Мирошник И.В., Стельмаков Р.Э.* Системы управления движением колесных роботов. С.-Пб.: Наука, 2001.
3. *Кочетков С.А., Уткин В.А.* Метод декомпозиции в задачах управления мобильными роботами // *АиТ.* 2011. № 10. С. 86--103
4. *Miroslav Krstic, Petar V. Kokotovic, and Ioannis Kanellakopoulos,* Nonlinear and Adaptive Control Design (1st ed.). 1995, John Wiley Sons, Inc., New York, NY, USA.
5. *Дракунов С.В., Изосимов Д.Б., Лукьянов А.Г., Уткин В.А. и др.* Принцип блочного управления // *АиТ.* Ч. I. 1990. № 5. С. 3--13; Ч. II. 1990. № 6. С. 20--31.
6. *Jing Zhou, Changyun Wen,* Adaptive Backstepping Control of Uncertain Systems, Berlin: Springer, 2008.
7. *Shojaei K., Shahri A. M., Tarakameh A. and Tabibian B.* «Adaptive trajectory tracking control of a differential drive wheeled mobile robot», *Robotica*, vol. 29, no. 3, pp. 391 - 402, 2011.
8. *Bong Seok Park, Sung Jin Yoo, Jin Bae Park, and Yoon Ho Choi,* "Adaptive Tracking Control of Nonholonomic Mobile Robots Considering Actuator Dynamics: Dynamic Surface Design Approach." *Proceedings of the American Control Conference*, p. 3860 - 3865, 2009.
9. *Cheah C. C., Liu C. and Slotine J. J. E.* "Adaptive Jacobian tracking control of robots with uncertainties in kinematic, dynamic and actuator models," in *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, no. 6, pp. 1024-1029, 2006.
10. *Уткин В.И.* Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1981.