DOI:

СИНТЕЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ В СЛЕДЯЩИХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ БЕЗ ИЗМЕРЕНИЯ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ[1]

Краснов Д.В.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65
dim93kr@mail.ru

Аннотация: Для полноприводной электромеханической системы в рамках блочного подхода разработан закон разрывного управления, обеспечивающий отслеживание обобщенными координатами заданных сигналов инвариантно по отношению к внешним и параметрическим возмущениям. Для случая, когда датчики расположены только на приводах, разработана двухконтурная информационная система, включающая наблюдатели обобщенных координат и смешанных переменных, по которым формируется обратная связь.

Ключевые слова: электромеханическая система, слежение, наблюдатель состояния, инвариантность.

Введение

Роботы–манипуляторы с электрическими исполнительными устройствами, выполняющие разнообразные функции в современных промышленных производствах, представляют собой сложные, существенно нелинейные, многомерные и многосвязные объекты автоматического управления. Неопределенность параметров и действие внешних возмущений требует постоянной модификации и совершенствования типовых законов управления в форме обратной связи, а в случае неполного комплекта датчиков требуется разработка нестандартных подходов к синтезу информационно-управляющих систем с использованием динамических наблюдателей состояния и внешних возмущений [1 - 6].

Формализуем рассматриваемый в данной работе в качестве объекта управления класс электромеханических систем, которые включают механическую подсистему (манипулятор) и электрические исполнительные устройства (редукторные приводы постоянного тока). Динамика манипулятора описывается уравнениями Лагранжа, он имеет жесткие звенья, которые соединены последовательно и образуют кинематические пары 5-го класса с одной степенью свободы. Число электрических исполнительных устройств совпадает с числом подвижных звеньев манипулятора. Выходными (регулируемыми) переменными являются обобщенные координаты механической подсистемы. Относительно их измерений невозмущенная электромеханическая система является наблюдаемой и представима в полной (т.е. без выделения уравнений внутренней динамики) форме «вход – выход». Входными управляющими воздействиями являются напряжения якорей электроприводов, которые имеют ключевую природу, что является естественной предпосылкой для синтеза по обратной связи разрывных управлений с организацией скользящих режимов [2 - 5].

Выходное отображение является удобной основой для синтеза системы слежения. В работах [4 - 5] показано, что присутствие в модели механической подсистемы неизвестных гладких сил и моментов, трактуемых как внешние несогласованные возмущения, не изменяет относительный порядок модели электромеханической системы. Этот факт позволяет путем полного многократного дифференцирования ошибок слежения (выходных переменных) получить эквивалентную квадратную форму «вход – выход», вектором состояния которой являются смешанные переменные – функции от переменных состояния электромеханической системы, внешних воздействий и их производных. При этом неучтенные в преобразованиях внешние воздействия становятся согласованными, т.е. они сосредоточены только в последнем уравнении, на которое действует управление. Как следствие, воздействие возмущений может быть непосредственно подавлено в скользящем режиме, и, кроме того, не влияет на наблюдаемость смешанных переменных относительно измеряемых выходов. Таким образом, эта форма является основой не только для синтеза закона управления в форме обратной связи, но и для динамического наблюдателя, который по измерениям только задающих воздействий и обобщенных координат позволяет получить с заданной точностью оценки смешанных переменных, по которым непосредственно формируется обратная связь. Такой подход существенно упрощает систему управления, так как не требует расширения пространства состояний за счет генераторов внешних

[1] *Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 18-01-00846А, 20-01-00363А).*

воздействий, а также установки датчиков на электроприводах. Однако в ряде случаев нежелательно, а иногда и невозможно размещение датчиков на манипуляторе, поэтому, наоборот, в некоторых электромеханических системах датчики устанавливают только на приводах.

В данной работе в отличие от систем с бездатчиковыми приводами [1 - 6] рассматриваются полноприводные электромеханические системы с бездатчиковыми манипуляторами. В разделе 1 дано описание математической модели объекта управления, механическая подсистема имеет неопределенные массо-инерционные характеристики и находится под воздействием внешних неконтролируемых возмущений. В разделе 2 путем дифференцирования ошибок слежения и выполнения диффеоморфных замен переменных получена блочная форма «вход – выход» относительно смешанных переменных, на основе которой синтезирован базовый закон разрывного управления по обратной связи, обеспечивающий подавление согласованных возмущений и стабилизацию ошибок слежения. Основной результат работы, представленный в разделе 3, связан с информационным обеспечением базового закона управления и разработкой двухконтурной подсистемы наблюдения в предположении, что измеряются только углы поворотов выходных валов редукторов и токи якорей приводов постоянного тока. По данным измерениям разработана процедура синтеза наблюдателя электрической подсистемы, в которой обобщенные координаты манипулятора трактуются как внешние ограниченные возмущения. При решении задачи оценивания обобщенных координат математическая модель механической системы, на которую действуют параметрические и внешние возмущения, не используется. Формализованы неравенства для настройки параметров, при выполнении которых можно получить оценки с заданной точностью обобщенных координат манипулятора с помощью сигналов корректирующих воздействий наблюдателя электрической подсистемы. Полученные оценки используются в качестве виртуального выхода для наблюдателя смешанных переменных пониженного порядка, для которого разработана процедура настройки параметров при наличии в виртуальных измерениях аддитивного паразитного сигнала.

1 Описание модели объекта управления. Постановка задачи

Рассматривается математическая модель полноприводной электромеханической системы [7]

$$(1)\quad \dot{q}_1 = q_2,\ \dot{q}_2 = H^{-1}(q_1)[K(\varphi - q_1) - C(q_1, q_2)q_2 + f(t)];$$

$$(2)\quad \dot{\varphi} = \omega,\ \ \dot{\omega} = J^{-1}(\Psi i - K(\varphi - q_1) - D\omega),\ \dot{i} = L^{-1}(u - Ri - \Psi\omega),$$

которая включает лагранжеву модель жесткого манипулятора (1), звенья которого имеют упругие соединения с валами редукторов, на которых установлены приводы постоянного тока (2). Используются следующие обозначения: $q_1 = \mathrm{col}(q_{11},..., q_{1n}) \in Q_1 \subset R^n$ – вектор обобщенных координат манипулятора; $q_2 = \mathrm{col}(q_{21},..., q_{2n}) \in Q_2 \subset R^n$ – вектор обобщенных скоростей; $H(q_1) \in R^{n\times n}$ – положительно-определенная нелинейная матрица инерции, $H^{-1}(q_1) > 0$ при $q_1 \in Q_1$; $C(q_1, q_2) \in R^{n\times n}$ – матрица центростремительных и кориолисовых сил; $f(t) = \mathrm{col}(f_1,..., f_n) \in R^n$ – часть обобщенных сил (в том числе гравитационных), трактуемых как неизвестные гладкие ограниченные возмущения; $\varphi(t) \in R^n$ – вектор угловых положений валов редукторов; $\omega \in R^n$ – вектор угловых скоростей; $i \in R^n$ – вектор токов цепей якорей. Предполагается, что известны проектные ограничения на переменные состояния системы (1), (2), обусловленные конфигурацией манипулятора и техническими характеристиками используемого оборудования. Элементами диагональных матриц K, J, L, R, Ψ, D являются положительные и постоянные коэффициенты крутильной жесткости, приведенные моменты инерции на валу электроприводов (подсчитанные с учетом коэффициентов передачи), индуктивности и активные сопротивления контуров якорей, магнитный поток, коэффициенты вязкого демпфирования соответственно. В качестве управляющих воздействий выступают элементы вектора напряжений якорей $u \in R^n$, которые выбираются в классе разрывных функций. Предполагается, что элементы матриц J, Ψ, K, D известны, элементы матриц L, R, H, C точно не известны, но диапазоны их значений ограничены известными константами. Элементы матриц $H(q_1)$, $C(q_1, q_2)$ непрерывно дифференцируемы три раза по всем своим аргументам, соответствующие производные также ограничены в силу конструктивных ограничений на переменные состояния электромеханической системы (1), (2).

Ставится задача синтеза разрывного закона управления в форме динамической обратной связи, обеспечивающего отслеживание выходными переменными $q_1(t)$ объекта управления (1), (2) заданных сигналов $g(t) = \mathrm{col}(g_1, \ldots, g_n) \in Q_1$, определяющих желаемое поведение манипулятора в рабочем пространстве. Другими словами, требуется обеспечить стабилизацию ошибок слежения:

$$(3)\quad e_1(t) = q_1(t) - g(t) \in R^n.$$

Характер сходимости ошибок слежения (3) к нулю, который может быть обеспечен в замкнутой системе автоматического управления, зависит от полноты информации об объекте управления и внешних воздействиях, а также от типа обратной связи и динамического порядка регулятора, и будет оговариваться по ходу изложения.

2 Синтез закона управления на основе блочной формы «вход – выход»

Как было отмечено, удобной основой для синтеза системы слежения является эквивалентная форма «вход – выход», записанная относительно ошибок слежения, которая имеет канонический вид [4]. На ее основе можно сформировать закон управления по обратной связи, обеспечивающий при выполнении определенных условий стабилизацию всей системы, однако не позволяющий в явном виде установить желаемые темпы сходимости регулируемых переменных к заданным сигналам.

Для того чтобы непосредственно установить скорость затухания ошибок слежения (3) на стадии синтеза, целесообразно использовать блочный подход [2, 5, 6, 8]. Согласно идеологии блочного принципа управления запишем первое уравнение системы (1) относительно ошибок слежения (3). Последовательно (сверху вниз) рассматривая переменные q_2, φ, ω, i в блоках системы (1), (2) в качестве виртуальных комбинированных управлений, введем диффеоморфную замену локальных переменных с линейными стабилизирующими связями, что приведет систему (1), (2) к верхнетреугольной блочной форме «вход – выход» относительно ошибок слежения:

$$(4)\quad \dot{e}_j = -\bar{K}_j e_j + e_{j+1},\ j = \overline{1,4};$$

$$(5)\quad \dot{e}_5 = B(u + \phi_5),\ B = H^{-1}(q_1) K J^{-1} \Psi L^{-1} > 0\ .$$

Вектор состояния блочной формы (4), (5) представлен смешанными переменными, которые представляют собой функции от переменных состояния электромеханической системы (1), (2), внешних воздействий и их производных:

$$e_1 = q_1 - g\,,\ e_2 = q_2 - \dot{g} + K_1 e_1,\ \ e_3 = H^{-1}(q_1) K(\varphi - q_1) + \phi_2 + K_2 e_2,$$

$$e_4 = H^{-1}(q_1) K(\omega - q_2) + \phi_3 + K_3 e_3,$$

$$(6)\quad e_5 = H^{-1}(q_1) K J^{-1} \Psi i + w_4 + K_4 e_4\,;$$

$$\phi_2 = H^{-1}(q_1)(f(t) - C(q_1, q_2) q_2) - \ddot{g} - K_1^2 e_1,$$

$$\phi_3 = \tfrac{d}{dt} H^{-1}(q_1) \cdot K(\varphi - q_1) + \dot{\phi}_2 - K_2 (K_2 - K_1) e_2\,,$$

$$\begin{aligned}\phi_4 = {} & -H^{-1} K (J^{-1}(K(\varphi - q_1) + D\omega) + H^{-1}[K(\varphi - q_1) - C q_2 + f]) + \\ & + \tfrac{d}{dt} H^{-1}(q_1) \cdot K(\omega - q_2) + \dot{\phi}_3 - K_3 (K_3 - K_2) e_3,\end{aligned}$$

$$\phi_5 = L\,\Psi^{-1} J K^{-1} H[\tfrac{d}{dt} H^{-1}(q_1) \cdot K J^{-1} \Psi i + \dot{\phi}_4 + K_4 (e_5 - (K_4 - K_3) e_4)] - Ri - \Psi \omega.$$

В линейной части блочной формы (4) параметры виртуальных стабилизирующих управлений

$$K_j = \mathrm{diag}(k_{ji})\,,\ j = \overline{1,4},\ \ \bar{K}_j = K_j - K_{j-1},\ j = 4,3,2\,,\ \bar{K}_1 := K_1,\ \ \bar{K}_j = \mathrm{diag}(\bar{k}_{ji})$$

выбираются так, чтобы обеспечить желаемую скорость затухания ошибок слежения (3):

$$(7)\quad k_{4i} > k_{3i} > k_{2i} > k_{1i} > 0, \bar{k}_{ji} \geq k_{1i},\ i = \overline{1,n}.$$

После их выбора и с учетом априорных предположений об ограниченности внешних сигналов и их производных, проектных ограничений на переменные состояния электромеханической системы (1), (2), а также допустимых диапазонов изменения ее параметров определяются наихудшие допустимые интервалы изменения элементов вектора

$$\phi_5(q_1,q_2,\varphi,\omega,i,f,\dot{f},\ddot{f},\dddot{f},g,\dot{g},...,g^{(5)})=\mathrm{col}(\phi_{51},...,\phi_{5n}),$$

которые в системе (4), (5) трактуются как внешние возмущения. Они принадлежат пространству управления (т.е. могут быть подавлены) и ограничены по модулю известными константами:

$$(8)\quad |\phi_{5i}(t)|\le \varPhi_{5i},\ i=\overline{1,n},t\ge 0.$$

Для системы (4), (5) сформируем стабилизирующую разрывную обратную связь. Предварительно заметим, что в силу свойств механических систем матрица $H^{-1}(q_1)$ является положительно определенной при любых допустимых вариациях массо-инерционных характеристик, поэтому матрица перед управлением $B=H^{-1}(q_1)KJ^{-1}\varPsi L^{-1}$ в подсистеме (5) также является положительно-определенной, что приводит к следующему базовому закону разрывного управления:

$$(9)\quad u=-K_5\mathrm{sign}e_5,\ \mathrm{sign}e_5=\mathrm{col}(\mathrm{sign}e_{51},...,\mathrm{sign}e_{5n}),\ K_5=\mathrm{diag}(k_{5i}),k_{5i}>0,\ i=\overline{1,n}.$$

В случае, когда матрица $H^{-1}(q_1)$ и, следовательно, B являются диагональными, из достаточных условий [3] и с учетом (8) получим неравенства для выбора амплитуд разрывных управлений (9)

$$e_{5i}\dot{e}_{5i}<0\Rightarrow k_{5i}>\Phi_{5i},\ i=\overline{1,\ n},$$

при выполнении которых за конечное время $t_i^*>0$ в виртуальном пространстве смешанных переменных возникнут скользящие режимы на поверхностях переключения $e_{5i}=0,i=\overline{1,n}$. Тогда при $t>t_i^*$ переменные линейной части блочной формы (4) последовательно, снизу вверх, экспоненциально устремятся к нулю с заданной скоростью (7):

$$(10)\quad |e_{4i}(t)|\underset{t\to+\infty}{=}O(\exp(-\bar{k}_{4i}t))\Rightarrow|e_{3i}(t)|\underset{t\to+\infty}{=}O(\exp(-\min\{\bar{k}_{4i},\bar{k}_{3i}\}t))\Rightarrow$$
$$\Rightarrow|e_{2i}(t)|\underset{t\to+\infty}{=}O(\exp(-\min\{\bar{k}_{4i},\bar{k}_{3i},\bar{k}_{2i}\}t))\Rightarrow|e_{1i}(t)|\underset{t\to+\infty}{=}O(\exp(-k_{1i}t)),i=\overline{1,n}.$$

В общем случае, когда матрица $H^{-1}(q_1)$ и, следовательно, B, не являются диагональными и не имеют преобладающей диагонали, для настройки амплитуд разрывных управлений (9) следует использовать процедуру иерархии управлений [3, 6]. Этот метод за конечное время обеспечивает $e_{5i}=0$ согласно установленной иерархии, что в итоге приводит к сходимости в нуль ошибок слежения с заданными темпами (10). Для настройки амплитуд в случае неопределенности параметров матриц, образующих матрицу B, достаточно знание границ диапазонов изменения неопределенных элементов.

Таким образом, предложенный базовый закон управления (9), с одной стороны, является робастным, так как его настройка основана на неравенствах и не требует полной определенности параметров ни механической (1), ни электрической подсистемы (2), достаточно знать границы диапазонов их изменения. С другой стороны, как видно из (6), для его реализации требуется текущая информация о переменных состояния, внешних воздействиях и их производных, составляющих смешанную переменную $e_5(q_1,q_2,\varphi,\omega,i,f,\dot{f},\ddot{f},g,\dot{g},...,g^{(4)})$, по которой формируется обратная связь. Но, даже при известных текущих значениях указанных переменных, для вычисления текущих значений $e_5(t)$ требуется точное знание параметров объекта управления.

По указанной причине и учитывая, что внешние возмущения, как правило, не подлежат измерениям, информационное обеспечение базового закона управления требует специального подхода. Например, в работе [5] показано, что в механических системах с бездатчиковыми электроприводами по измерениям только обобщенных координат и их задающих воздействий (3) можно получить оценки с заданной точностью смешанных переменных $e_5(t)$ с помощью наблюдателя пониженного порядка с большими коэффициентами, построенного на основе линейной части блочной формы (4). Данный подход является достаточно универсальным, так как для оценивания переменных $e_5(t)$ с помощью динамического наблюдателя (в отличие от их вычисления) не требуется параметрической определенности электромеханической системы, а также расширения пространства состояний за счет генераторов внешних возмущений и задающих воздействий, порождающих производные внешних сигналов. Производные задающих воздействий $g(t)$ до 4-го порядка и производные внешних возмущений $\eta(t)$ до 2-го порядка включительно полагаются неизвестными функциями времени, ограниченными известными константами. Однако данный подход к информационному обеспечению базового закона управления требует доработки для электромеханических систем с бездатчиковыми манипуляторами, в которых измерительные устройства расположены только на редукторных приводах.

В следующем разделе представлен способ организации и метод настройки информационной системы, поддерживающей базовый закон управления (9) при измерениях только углов поворота выходных валов редукторов $\varphi(t)$ и токов якорей электроприводов $i(t)$, текущие значения задающих сигналов $g(t)$ считаются известными.

3 Синтез двухконтурной подсистемы наблюдения

С целью сохранить преимущества описанного выше подхода к информационному обеспечению базового закона управления, который заключается в непосредственном, комплексном оценивании смешанной переменной $e_5(t)$ по измерениям ошибки слежения $e_1(t) = q_1(t) - g(t)$ без отдельного оценивания внешних воздействий и их производных, будем придерживаться данной идеологии при разработке подсистемы наблюдения. В случае, когда обобщенные координаты манипулятора $q_1(t)$ не измеряются, требуется предварительно их восстановить по имеющимся измерениям. С этой целью разработана двухконтурная подсистема наблюдения, которая включает два наблюдателя. Первый наблюдатель для оценивания обобщенных координат $q_1(t)$ строится как реплика электрической подсистемы (2). Восстановленные и задающие сигналы можно трактовать как виртуальный выход для второго наблюдателя смешанных переменных $e_5(t)$, построенного как реплика системы (4) [5].

Данный подход реализуем непосредственно для параметрически определенных и невозмущенных электромеханических систем, которые являются наблюдаемыми относительно измерений $\varphi(t)$ и $i(t)$. В условиях неопределенности требуется применение в наблюдателях «силовых» методов: линейных корректирующих воздействий с большими коэффициентами [2, 5, 9], или разрывных управлений [2, 3], или их непрерывных ограниченных *S*-образных аналогов [4, 6, 8, 10], с помощью которых реализуется метод разделения движений в виртуальном пространстве ошибок наблюдения и обеспечивается ε-инвариантность по отношению к внешним возмущениям.

При этом первая, и, следовательно, вторая задачи оценивания могут быть решены только с заданной точностью. По этой причине в данном случае не рекомендуется использовать наблюдатели с большими коэффициентами [2, 5, 9], чтобы не усиливать паразитные сигналы вначале переходных процессов. На наш взгляд, в двухконтурной подсистеме целесообразно использовать наблюдатели *S*-образными корректирующими воздействиями в виде кусочно-линейных, негладких всюду ограниченных функций [4, 8], которые являются непрерывной аппроксимацией разрывных управлений и более просты в реализации по сравнению с нелинейными гладкими S-образными функциями, такими как арктангенс, гиперболический тангенс и сигмоидальная функция [6, 10]. Ниже для требуемых в данном случае наблюдателей представлены соответствующие процедуры синтеза.

3.1 Наблюдатель обобщенных координат

В электрической подсистеме (2) обобщенные координаты механической подсистемы $q_1(t)$ можно рассматривать как внешние ограниченные возмущения. Данная подсистема является линейной и наблюдаемой относительно измерений $\varphi(t)$ и $i(t)$ даже при наличии «внешних возмущений», которые не сужают наблюдаемого относительно измеряемых переменных пространства состояний. Этот факт позволяет с помощью наблюдателя состояния получить оценки «внешнего возмущения» $q_1(t)$ без использования его динамической модели. С этой целью построим наблюдатель пониженного порядка на основе первых двух уравнений подсистемы (2).

В сделанных предположениях о том, что элементы диагональных матриц Ψ, $J = \mathrm{diag}(J_i)$, $K = \mathrm{diag}(\hat{K}_i)$, $D = \mathrm{diag}(D_i)$, $i = \overline{1,n}$ положительны и известны, наблюдатель состояния можно построить в виде

$$(11) \quad \dot{z}_1 = z_2 + v_1, \;\; \dot{z}_2 = J^{-1}(\Psi i - K\varphi - Dz_2 + v_2),$$

где $z_j \in R^n$ – вектор состояния, $v_j \in R^n$ – вектор корректирующих воздействий наблюдателя, $j = 1,2$. Относительно ошибок наблюдения $\varepsilon_1 = \varphi - z_1$, $\varepsilon_2 = \omega - z_2$ получим систему

$$\dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 - v_1, \;\; \dot{\varepsilon}_2 = J^{-1}(Kq_1 - D\varepsilon_2 - v_2), \quad (12)$$

где $q_1(t)$ трактуются как внешние ограниченные возмущения.

Ставится задача выбора «силовых» корректирующих воздействий и настройки их параметров, обеспечивающих за конечное время $T_1 > 0$ выполнение неравенств

$$\left|\varepsilon_{ji}(t)\right| \le \delta_i, \; j = 1,2, \; \left|\hat{K}_i q_{1i}(t) - v_{2i}(t)\right| \le \delta_i, t \ge T_1, \; i = \overline{1,n}. \quad (13)$$

Тогда при $t \ge T_1$ корректирующие воздействия $v_{2i}(t)$ будут предоставлять оценку обобщенных координат с заданной точностью.

Для решения поставленной задачи используем кусочно-линейные корректирующие воздействия:

$$v_{1i} = m_{1i}\mathrm{sat}(l_{1i}\varepsilon_{1i}) = \begin{bmatrix} m_{1i}\mathrm{sign}\varepsilon_{1i}, |\varepsilon_{1i}| > 1/l_{1i}, \\ m_{1i}l_{1i}\varepsilon_{1i}, |\varepsilon_{1i}| \le 1/l_{1i}; \end{bmatrix} \quad v_{2i} = m_{2i}\mathrm{sat}(l_{2i}v_{1i}) = \begin{bmatrix} m_{2i}\mathrm{sign}v_{1i}, |v_{1i}| > 1/l_{2i}, \\ m_{2i}l_{2i}v_{1i}, |v_{1i}| \le 1/l_{2i}, \; i = \overline{1,n}, \end{bmatrix} \quad (14)$$

где $m_{1i,2i} = \mathrm{const} > 0$ – амплитуды, которые выбираются так, чтобы обеспечить последовательное попадание соответствующих переменных в линейные зоны; $l_{1i,2i} = \mathrm{const} > 0$ – угловые коэффициенты, которые определяют размеры линейных зон, а в системе с возмущениями играют роль больших коэффициентов и обеспечивают заданную точность оценивания (13).

С учетом измерений $\varphi(t)$ начальные условия в системах (11), (12) можно установить в виде

$$z_{1i}(0) = \varphi_i(0) \Rightarrow \varepsilon_{1i}(0) = 0, \;\; z_{2i}(0) = 0 \Rightarrow \varepsilon_{2i}(0) = \omega_i(0), \; i = \overline{1,n}.$$

Определим диапазоны изменения переменных $q_1(t)$, $\omega(t)$ с учетом проектных ограничений:

$$\left|q_{1i}(t)\right| \le Q_{1i}, \left|\omega_{1i}(t)\right| \le \Omega_i \Rightarrow \left|\varepsilon_{2i}(0)\right| \le \Omega_i, \; i = \overline{1,n}.$$

Собственные движение во втором уравнении системы (12) устойчивы, следовательно, ее решения всюду ограничены и справедливы оценки: $\left|\varepsilon_{2i}(t)\right| \le F_{2i} = \max\{\Omega_i, (\hat{K}_i Q_{1i} + m_{2i})/D_i\}$, $i = \overline{1,n}$.

С учетом обозначений $0 \le t_{11} < t_{12} < t_{13} < t_{14} = T_1$ формализуем желаемое по времени поведение переменных системы (12), (14), отвечающее цели наблюдения (13):

(15)

1) $\left|\varepsilon_{1i}(t)\right| \le 1/l_{1i} \le \delta_i, t \ge t_{11}$;

2) $\left|\varepsilon_{2i}(t) - v_{1i}(t)\right| \le \Delta_{2i} < \delta_i \Leftrightarrow v_{1i}(t) = \varepsilon_{2i}(t) - \alpha_{2i}(t), \left|\alpha_{2i}(t)\right| \le \Delta_{2i}, t \ge t_{12}$;

3) $\left|v_{1i}(t)\right| \le 1/l_{2i} \Leftrightarrow \left|\varepsilon_{2i}(t)\right| \le \Delta_{2i} + 1/l_{2i} \le \delta_i, t \ge t_{13}$;

4) $\left|\hat{K}_i q_{1i}(t) - v_{2i}(t)\right| \le \delta_i, t \ge t_{14}, i = \overline{1,n}.$

Выполнение первого и третьего пунктов процедуры (15) будем обеспечивать выбором соответствующих амплитуд, а второго и четвертого, а также требуемые размеры линейных зон – выбором соответствующих больших коэффициентов.

Вне линейных зон корректирующих воздействий (14) при совпадении знаков ошибок наблюдения и соответствующих корректирующих воздействий система (12), (14) представима в виде

$$\dot{\varepsilon}_{1i} = \varepsilon_{2i} - m_{1i}\mathrm{sign}\varepsilon_{1i}, \;\; \dot{\varepsilon}_{2i} = (\hat{K}_i q_{1i} - D_i\varepsilon_{2i} - m_{2i}\mathrm{sign}\varepsilon_{2i})/J_i, i = \overline{1,n}.$$

Ее переменные монотонно устремятся в некоторые окрестности нуля при выборе амплитуд корректирующих воздействий на основе достаточных условий [4, 8]:

$$\varepsilon_{1i}\dot{\varepsilon}_{1i} < 0 \Rightarrow \varepsilon_{1i}(\varepsilon_{2i} - m_{1i}\mathrm{sign}\varepsilon_{1i}) \le \left|\varepsilon_{1i}\right|(F_{2i} - m_{1i}) < 0 \Rightarrow m_{1i} > F_{2i}, \; i = \overline{1,n};$$

$$\varepsilon_{2i}\dot{\varepsilon}_{2i} < 0 \Rightarrow \varepsilon_{2i}(\hat{K}_i q_{1i} - D_i\varepsilon_{2i} - m_{2i}\mathrm{sign}\varepsilon_{2i})/J_i \le \left|\varepsilon_{2i}\right|(\hat{K}_i Q_{1i} - D_i\left|\varepsilon_{2i}\right| - m_{2i})/J_i < 0 \Rightarrow m_{2i} > \hat{K}_i Q_{1i}.$$

В первом уравнении системы (12) знаки корректирующих воздействий благодаря непосредственным измерениям всегда совпадают со знаками соответствующих ошибок наблюдения. В результате выбранных начальных условий ошибки наблюдения ε_{1i} изначально находятся в линейной зоне. Выбор амплитуд m_{1i} в указанном виде гарантирует, что $\varepsilon_{1i}(t)$ не покинут линейную зону при $t \ge t_{11} = 0$, т.е. первый пункт процедуры (15) выполнен.

Во втором уравнении (12) из-за отсутствия прямых измерений на интервале $t \in [0; t_{12}]$ знаки v_{2i} и ε_{2i} могут не совпадать. Согласно установленной процедуре (15) равенства $\operatorname{sign} v_{2i}(t) = \operatorname{sign} \varepsilon_{2i}(t)$, $i = \overline{1,n}$ гарантированы только при $t \ge t_{12}$ вне окрестности $|\varepsilon_{2i}| \le \Delta_{2i}$. Неравенства для выбора m_{2i}, обеспечивающие выполнение третьего пункта процедуры (15) за указанное время имеют вид:

$$m_{2i} > \frac{J_i(F_{2i} - \delta)}{t_{13} - t_{12}} + \hat{K}_i Q_{1i},\ i = \overline{1,n}.$$

Конкретизируем неравенства для выбора амплитуд корректирующих воздействий (14) в зависимости от параметров электрической подсистемы (2).

Если $\Omega_i > 2\hat{K}_i Q_{1i} / D_i$, то амплитуды корректирующих воздействий (14) выбираются независимо друг от друга, а именно:

$$m_{2i} > \frac{J(\Omega_i - \delta)}{t_{13} - t_{12}} + \hat{K}_i Q_{1i}, t_{13} > t_{12}, m_{1i} > \Omega_i, i = \overline{1,n}. \tag{16}$$

Если $\Omega_i \le 2\hat{K}_i Q_{1i} / D_i$, то

$$m_{2i} > \frac{J_i((\hat{K}_i Q_{1i} + m_{2i}) / D_i - \delta)}{t_{13} - t_{12}} + \hat{K}_i Q_{1i},\ i = \overline{1,n},$$

и выбор m_{1i} зависит от принятых значений m_{2i}, $i = \overline{1,n}$, а именно:

$$m_{2i} > \frac{\hat{K}_i Q_{1i}(D_i(t_{13} - t_{12}) + J_i) - \delta J_i D_i}{D_i(t_{13} - t_{12}) - J_i},\ t_{13} > t_{12} + \bar{\tau}_1,\ \bar{\tau}_1 = \max\left\{\frac{J_i}{D_i}\right\}_{i=\overline{1,n}},\quad m_{1i} > (\hat{K}_i Q_{1i} + m_{2i}) / D_i. \tag{17}$$

Кроме того, в последнем случае (17) имеем ограничение на время оценивания $T_1 > 2\Delta t + \bar{\tau}_1$, где $\Delta t = t_{12} = t_{14} - t_{13} > 0$. Тогда амплитуды корректирующих воздействий последовательно назначаются на основе указанных неравенств при принятых значениях $\Delta t,\ t_{13}$.

Для выбора больших коэффициентов рассмотрим уравнения системы (12), (14) в линейных зонах корректирующих воздействий, куда они попадают при выборе амплитуд в виде (16) или (17) в указанное время:

$$\begin{gathered}
\dot{\varepsilon}_{1i} = -m_{1i} l_{1i} \varepsilon_{1i} + \varepsilon_{2i},\ |\varepsilon_{1i}| \le 1 / l_{1i}, t \ge t_{11} = 0; \\
\dot{\varepsilon}_{2i} = (\hat{K}_i q_{1i} - D_i \varepsilon_{2i} - m_{2i} l_{2i} v_{1i}) / J_i = (\hat{K}_i q_{1i} - D_i \varepsilon_{2i} - m_{2i} l_{2i}(\varepsilon_{2i} - \alpha_{2i})) / J_i, \\
|v_{1i}| \le 1 / l_{2i} \Rightarrow |\varepsilon_{2i}| \le 1 / l_{2i} + \Delta_{2i}, t \ge t_{13}, i = \overline{1,n}.
\end{gathered} \tag{18}$$

Оценим решения дифференциальных уравнений (18) на интервалах $[0 = t_{11};\ t_{11} + \Delta t = t_{12}]$, $[t_{13};\ t_{13} + \Delta t = t_{14} = T_1]$ соответственно:

$$|\varepsilon_{1i}(t_{12})| \le \frac{|\varepsilon_{2i}(t)|}{m_{1i} l_{1i}} + \left(\frac{1}{l_{1i}} - \frac{|\varepsilon_{2i}(t)|}{m_{1i} l_{1i}}\right) \exp(-m_{1i} l_{1i} \Delta t) \le \frac{F_{2i}}{m_{1i} l_{1i}} + \frac{m_{1i} - F_{2i}}{m_{1i} l_{1i}} \exp(-m_{1i} l_{1i} \Delta t);$$

$$\begin{aligned}
|\varepsilon_{2i}(t_{14})| &\le \Delta_{2i} + \frac{\hat{K}_i |q_{1i}|}{D_i + m_{2i} l_{2i}} + \left(\frac{1}{l_{2i}} - \frac{\hat{K}_i |q_{1i}|}{D_i + m_{2i} l_{2i}}\right) \exp\left(-\frac{D_i + m_{2i} l_{2i}}{J_i} \Delta t\right) < \\
&< \Delta_{2i} + \frac{\hat{K}_i Q_{1i}}{m_{2i} l_{2i}} + \frac{m_{2i} - \hat{K}_i Q_{1i}}{m_{2i} l_{2i}} \exp\left(-\frac{D_i + m_{2i} l_{2i}}{J_i} \Delta t\right), i = \overline{1,n}.
\end{aligned}$$

Учитывая, что $v_{1i}(t) = m_{1i} l_{1i} \varepsilon_{1i}(t)$ при $t \ge t_{11}$ и $v_{2i} = m_{2i} l_{2i}(\varepsilon_{2i} - \alpha_{2i})$ при $t \ge t_{13}$, $i = \overline{1,n}$, отсюда следуют нижние оценки для выбора больших коэффициентов, обеспечивающих второй и четвертый пункты процедуры (15):

$$\left|\varepsilon_2(t)-v_1(t)\right|\le \Delta_{2i} \Leftrightarrow (m_{1i}-F_{2i})\exp(-m_{1i}l_{1i}\Delta t)\le \Delta_{2i} \Rightarrow l_{1i}\ge \frac{1}{m_{1i}\Delta t}\ln\frac{m_{1i}-F_{2i}}{\Delta_{2i}},\, i=\overline{1,n};$$

$$\left|\hat{K}_i q_{1i}(t)-v_{2i}(t)\right|\le \delta_i \Leftrightarrow (m_{2i}-\hat{K}_i Q_{1i})\exp\left(-\frac{D_i+m_{2i}l_{2i}}{J_i}\Delta t\right)\le \delta_i \Rightarrow l_{2i}\ge \frac{J_i}{m_{2i}\Delta t}\ln\frac{m_{2i}-\hat{K}_i Q_{1i}}{\delta_i}-\frac{D_i}{m_{2i}},$$

а для обеспечения заданной точности оценивания (13) используем оценки ошибок наблюдения при $t\ge t_{12}$ и $t\ge t_{14}=T_1$ соответственно:

$$\left|\varepsilon_{1i}\right|\le \frac{\left|\varepsilon_{2i}(t)\right|+\Delta_{2i}}{m_{1i}l_{1i}}\le \delta_i\,,\; \left|\varepsilon_{2i}(t_{14})\right|\le \Delta_{2i}+\frac{\hat{K}_i\left|q_{1i}\right|+\delta_i}{D_i+m_{2i}l_{2i}}\le \delta_i,\, i=\overline{1,n}.$$

Из приведенных выражений следует, что оба неравенства $\left|\hat{K}_i q_{1i}(t)-v_{2i}(t)\right|\le \delta_i$, $\left|\varepsilon_{2i}\right|\le \delta_i$, будут выполнены при $t\ge T_1$, если большие коэффициенты l_{2i} будут выбраны на основе следующих нижних оценок

$$l_{2i} > \max\left\{\frac{\hat{K}_i Q_{1i}+\delta_i}{m_{2i}\delta_i};\frac{J_i}{m_{2i}\Delta t}\ln\frac{m_{2i}-\hat{K}_i Q_{1i}}{\delta_i}\right\}-\frac{D_i}{m_{2i}},\, i=\overline{1,n}. \tag{19}$$

Для принятых на основе (19) значений l_{2i} определяем точность

$$0<\Delta_{2i}\le \delta_i-(\hat{K}_i Q_{1i}+\delta_i)/(D_i+m_{2i}l_{2i}),\, i=\overline{1,n},$$

которая обеспечивается выбором больших коэффициентов l_{1i}:

$$l_{1i} > \max\left\{\frac{F_{2i}+\Delta_{2i}}{m_{1i}\delta_{1i}};\frac{1}{m_{1i}\Delta t}\ln\frac{m_{1i}-F_{2i}}{\Delta_{2i}}\right\},\, i=\overline{1,n}. \tag{20}$$

При этом оба неравенства $\left|\varepsilon_{2i}(t)-v_{1i}(t)\right|\le \Delta_{2i}<\delta_i$, $\left|\varepsilon_{1i}\right|\le \delta_i$ будут выполнены при $t\ge T_1$.

Таким образом, в наблюдателе (11), (14) при последовательной настройке параметров в виде (16) (или (17)), (19), (20) установленная цель (13), (15) достигается. При $t\ge T_1$ сигналы $y_i(t)=v_{2i}(t)/\hat{K}_i$, $i=\overline{1,n}$ с точностью до $\delta_i/\hat{K}_i$ служат оценками обобщенных координат $q_1(t)$ и могут быть использованы в качестве виртуальных выходов для наблюдателя смешанных переменных. Процедура синтеза кусочно-линейных корректирующих воздействий второго наблюдателя представлена в следующем подразделе.

3.2 Наблюдатель смешанных переменных

Наблюдатель для оценивания смешанной переменной $e_5(t)$ строится на основе линейной части блочной формы (4) и имеет вид:

$$\dot{s}_j=-\bar{K}_j s_j+s_{j+1}+w_j,\, j=\overline{1,3};\; \dot{s}_4=-\bar{K}_4 s_4+w_4, \tag{21}$$

где $s_j\in R^n$ – вектор состояния, $w_j\in R^n$ – вектор корректирующих воздействий наблюдателя, $j=\overline{1,4}$. В силу (4), (21) относительно ошибок наблюдения $\chi_j=e_j-s_j\in R^n$ получим систему

$$\dot{\chi}_j=-\bar{K}_j\chi_j+\chi_{j+1}-w_j,\, j=\overline{1,4}, \tag{22}$$

где $\chi_5(t):=e_5(t)$ трактуются как внешние ограниченные возмущения.

Как и в предыдущем разделе, ставится задача выбора «силовых» корректирующих воздействий и настройки их параметров, обеспечивающих за конечное время $T_2>T_1$ стабилизацию с заданной точностью ошибок наблюдения и их производных (22), тогда оценками смешанных переменных $e_5(t)$, по которым формируется обратная связь (9), будут служить корректирующие воздействия наблюдателя (21). Отличие состоит в том, что виртуальные выходы для систем (21), (22) содержат достаточно малые, но незатухающие паразитные сигналы $\eta_{1i}(t)$:

$$y_i(t) = v_{2i}(t)/\hat{K}_i = q_{1i}(t) - \eta_{1i}(t) \Rightarrow \; y_i(t) - g_i(t) = e_{1i}(t) - \eta_{1i}(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w_{0i} = y_i(t) - g_i(t) - s_{1i} = \chi_{1i} - \eta_{1i}(t),$$
$$|\chi_{1i} - w_{0i}| = |\eta_{1i}(t)| \le \beta_{1i} \le \delta_i(t)/\hat{K}_i, i = \overline{1,n}.$$

Возможность компенсации (подавления) $\eta_{1i}(t)$ в контуре наблюдения отсутствует, поэтому задача наблюдения формулируется следующим образом:

$$(23) \quad |\chi_{ji}(t)| \le \gamma_i, \; j = \overline{1,4}, \; |e_{5i} - w_{4i}(t)| \le \gamma_i, t \ge T_2, \; \gamma_i > \beta_{1i}, \; i = \overline{1,n},$$

а кусочно-линейные корректирующие воздействия выбираются в виде:

$$(24) \quad w_{ji} = p_{ji}\mathrm{sat}(c_{ji}w_{j-1,i}) = \begin{cases} p_{ji}\mathrm{sign}w_{j-1,i}, |w_{j-1,i}| > 1/c_{ji}, \\ p_{ji}c_{ji}w_{j-1,i}, |w_{j-1,i}| \le 1/c_{ji}, \; j = \overline{1,4}, \; i = \overline{1,n}, \end{cases}$$

где $p_{ji} = \mathrm{const} > 0$ – амплитуды, $c_{ji} = \mathrm{const} > 0$ – большие коэффициенты.

Обозначим $T_1 = t_{20} < t_{21} < t_{22} < ... < t_{27} < t_{28} = T_2$ и формализуем желаемое поведение переменных системы (22), (24), отвечающих цели наблюдения (23):

$$(25) \quad 1) \; |w_{j-1,i}(t)| \le 1/c_{ji} \Leftrightarrow |\chi_{ji}(t)| \le \beta_{ji} + 1/c_{ji} \le \gamma_i, t \ge t_{2,2j-1};$$
$$2) \; |\chi_{j+1,i}(t) - w_{ji}(t)| \le \beta_{j+1,i} \Rightarrow w_{ji}(t) = \chi_{j+1,i}(t) - \eta_{j+1,i}(t), |\eta_{j+1,i}(t)| \le \beta_{j+1,i} < \gamma_i, t \ge t_{2,2j},$$
$$j = \overline{1,4}, i = \overline{1,n}.$$

Как и в предыдущем подразделе, выполнение первого пункта процедуры (25) будем обеспечивать выбором соответствующих амплитуд, а второго, а также требуемые размеры линейных зон – выбором больших коэффициентов.

Для настройки параметров корректирующих воздействий (24) предварительно определим области изменения ошибок наблюдения в процессе управления. При установке в наблюдателе (21) нулевых начальных условий $s_{ji}(0) = 0 \Rightarrow \chi_{ji}(0) = e_{ji}(0), j = \overline{1,4}, i = \overline{1,n}$ в качестве области начальных условий ошибок наблюдения можно принять полученные для наихудшего расчетного случая области изменения соответствующих смешанных переменных:

$$|\chi_{ji}(0)| \le |e_{ji}(t)| \le E_{ji}, t \ge 0, j = \overline{1,5}, i = \overline{1,n}.$$

Учитывая, что собственные движения ошибок наблюдения в системе (22) устойчивые, при $t \ge 0$ имеем оценки:

$$|\chi_{ji}(t)| \le X_{ji} = \max\{E_{ji}, (X_{j+1,i} + p_{ji})/\bar{k}_{ji}\}, \; j = \overline{1,4}, i = \overline{1,n}.$$

При оценке «внешнего возмущения» $e_5(t)$ примем во внимание время, требуемое для решения задачи наблюдения. В замкнутой системе (1) - (2) с наблюдателями (11), (14) и (21), (24) разрывной закон управления (9) согласно (23) будет реализован в виде:

$$(26) \quad u = -K_5\mathrm{sign}w_4, \; |e_{5i}(t) - w_{4i}(t)| \le \gamma_i, t \ge T_2.$$

На интервале $[0;T_2]$ знаки переменных $w_{4i}(t)$, $e_{5i}(t)$ могут не совпадать, их равенство гарантируется только при $t \ge T_2$ вне пограничного слоя $|e_{5i}(t)| \le \gamma_i$ поверхностей переключения $e_{5i} = 0$, в который переменные $e_{5i}(t)$ начинают монотонно сходиться при $t \ge T_2$. Обозначим время достижения пограничного слоя как $T_3 > T_2$ и приведем соответствующие расчеты для случая диагональной матрицы $B = \mathrm{diag}(b_i), 0 < \bar{b}_i \le b_i \le \bar{\bar{b}}_i$:

$$|e_{5i}(t)| \le |e_{5i}(T_2)| \le E_{5i} + \bar{\bar{b}}_i(k_{5i} + \Phi_{5l})T_2 = X_{5i}, i = \overline{1,n}, t \ge 0,$$

$$k_{5i} > \frac{X_{5i} - \gamma_i}{T_3 - T_2} + \Phi_{5i} \Rightarrow k_{5i} > \frac{E_{5i} + \Phi_{5i}(T_3 - T_2 + \bar{\bar{b}}_i T_2) - \gamma_i}{T_3 - T_2(1 + \bar{\bar{b}}_i)} \Rightarrow |e_{5i}(t)| \le \gamma_i, t \ge T_3 > T_2(1 + \bar{\bar{b}}_i), i = \overline{1,n}.$$

Таким образом, при выполнении указанных условий в замкнутой системе слежения с динамической обратной связью (26) при $t > T_3$ возникнет реальный скользящий режим в пограничном слое поверхностей переключения. Как следствие, смешанные переменные системы (4), (5) с заданной скоростью затухания собственных движений (10) устремятся в области

$$(27) \quad |e_{5i}(t)| \le \gamma_i \Rightarrow |e_{4i}(t)| \le \frac{\gamma_i}{\bar{k}_{4i}} \Rightarrow |e_{3i}(t)| \le \frac{\gamma_i}{\bar{k}_{4i}\bar{k}_{3i}} \Rightarrow |e_{2i}(t)| \le \frac{\gamma_i}{\bar{k}_{4i}\bar{k}_{3i}\bar{k}_{2i}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |e_{1i}(t)| \le \frac{\gamma_i}{\bar{k}_{4i}\bar{k}_{3i}\bar{k}_{2i}\bar{k}_{1i}} = \bar{\gamma}_i, \ t > T_3, i = \overline{1,n},$$

а задача слежения будет решена с соответствующей точностью $|q_{1i}(t) - g_i(t)| \le \bar{\gamma}_i, i = \overline{1,n}$.

С учетом рассчитанных оценок формализуем процедуру настройки параметров корректирующих воздействий (24) по схеме, представленной в предыдущем подразделе.

Для настройки амплитуд запишем уравнения системы (22), (24) вне линейных зон. При совпадении знаков ошибок наблюдения и соответствующих корректирующих воздействий имеем:

$$\dot{\chi}_{ji} = -\bar{k}_{ji}\chi_{ji} + \chi_{j+1,i} - p_{ji}\text{sign}\chi_{ji}, \ j = \overline{1,4}, i = \overline{1,n}.$$

Из достаточных условий и с учетом требуемого времени сходимости имеем:

$$(28) \quad \chi_{ji}\dot{\chi}_{ji} \le |\chi_{ji}|(X_{j+1,i} - \bar{k}_{ji}|\chi_{ji}| - p_{ji}) < 0 \Rightarrow p_{ji} > X_{j+1,i}, p_{ji} > \frac{X_{ji} - \gamma_i}{t_{2,2j-1} - t_{2,2j-2}} + X_{j+1,i} \ j = \overline{1,4}; i = \overline{1,n}.$$

Неравенства (28) являются основой для последовательного, снизу вверх выбора амплитуд корректирующих воздействий. Если $E_{ji} < 2X_{j+1,i} / \bar{k}_{ji}$, то аналогично (17) имеем ограничение на время оценивания

$$(29) \quad p_{ji} > \frac{X_{ji} - \gamma_i}{t_{2,2j-1} - t_{2,2j-2}} + X_{j+1,i} = \frac{(X_{j+1,i} + p_{ji}) / \bar{k}_{ji} - \gamma_i}{t_{2,2j-1} - t_{2,2j-2}} + X_{j+1,i} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_{ji} > \frac{(\bar{k}_{ji}(t_{2,2j-1} - t_{2,2j-2}) + 1)X_{j+1,i} - \gamma_i\bar{k}_{ji}}{\bar{k}_{ji}(t_{2,2j-1} - t_{2,2j-2}) - 1}, t_{2,2j-1} > t_{2,2j-2} + 1/\bar{k}_{ji}, \ j = \overline{4,1}; i = \overline{1,n}.$$

Пусть $\Delta t = t_{22} - t_{21} = t_{24} - t_{23} = t_{26} - t_{25} = t_{28} - t_{27}$, тогда время сходимости наблюдателя смешанных переменных можно оценить следующим образом:

$$T_2 > T_1 + 4\Delta t + \bar{\tau}_2, \ \bar{\tau}_2 = \sum_{j=1}^{4} \frac{1}{\min\{\bar{k}_{ji}\}_{i=\overline{1,n}}}.$$

В итоге можно дать следующую консервативную оценку времени $T_3 > T_2(1 + \bar{\bar{b}}_i)$ возникновения установившихся режимов (27) в следящей системе с динамической обратной связью (26):

$$(30) \qquad T_3 > (6\Delta t + \bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2)(1 + \bar{\bar{b}}_i).$$

Неравенства (27), (30) нужно принимать во внимание для обоснованного выбора временных интервалов Δt , коэффициентов усиления (7) и точности оценивания $\delta_i, \gamma_i > \delta_i / \hat{K}_i, i = \overline{1,n}$.

Для выбора больших коэффициентов рассмотрим уравнения системы (22), (24) в линейных зонах корректирующих воздействий, в которые обеспечивается их попадание выбором амплитуд (28) или (29) в указанное время:

$$\dot{\chi}_{ji} = -\bar{k}_{ji}\chi_{ji} + \chi_{j+1,i} - p_{ji}c_{ji}w_{j-1,i} = -\bar{k}_{ji}\chi_{ji} + \chi_{j+1,i} - p_{ji}c_{ji}(\chi_{ji} - \eta_{ji}),$$

$$|w_{j-1,i}| \le 1/c_{ji} \Rightarrow |\chi_{ji}| \le 1/c_{ji} + \beta_{ji}, t \ge t_{2,2j-1}, \ j = \overline{1,4}, i = \overline{1,n},$$

и оценим их решения на интервалах $[t_{2,2j-1}; t_{2,2j-1} + \Delta t = t_{2,2j}]$ соответственно:

$$\left|\chi_{ji}(t_{2,2j})\right|\leq\beta_{ji}+\frac{X_{j+1,i}}{\bar{k}_{ji}+p_{ji}c_{ji}}+\left(\frac{1}{c_{ji}}-\frac{X_{j+1,i}}{\bar{k}_{ji}+p_{ji}c_{ji}}\right)\exp\left(-(\bar{k}_{ji}+p_{ji}c_{ji})\Delta t\right)<$$

$$<\beta_{ji}+\frac{X_{j+1,i}}{p_{ji}c_{ji}}+\frac{p_{ji}-X_{j+1,i}}{p_{ji}c_{ji}}\exp\left(-(\bar{k}_{ji}+p_{ji}c_{ji})\Delta t\right),\ j=\overline{1,4};i=\overline{1,n}.$$

С учетом $w_{ji}=p_{ji}c_{ji}(\chi_{ji}(t)-\eta_{ji}(t))$ при $t\geq t_{2,2j-1}$ отсюда имеем нижние оценки для выбора больших коэффициентов, обеспечивающих выполнение второго пункта процедуры (25):

$$\left|\chi_{j+1,i}(t)-w_{ji}(t)\right|\leq\beta_{j+1,i}\Leftrightarrow(p_{ji}-X_{j+1,i})\exp\left(-(\bar{k}_{ji}+p_{ji}c_{ji})\Delta t\right)\leq\beta_{j+1,i}<\gamma_i\Rightarrow$$

$$\Rightarrow c_{ji}\geq\frac{1}{p_{ji}\Delta t}\ln\frac{p_{ji}-X_{j+1,i}}{\beta_{j+1,i}}-\frac{\bar{k}_{ji}}{p_{ji}},\ j=\overline{1,4},\beta_{5i}:=\gamma_i,i=\overline{1,n},$$

а для обеспечения границ линейных зон, отвечающих заданной точности оценивания (23), используем оценки ошибок наблюдения при $t\geq t_{2,2j}$:

$$\left|\chi_{ji}\right|\leq\beta_{ji}+\frac{\left|\chi_{j+1,i}(t)\right|+\beta_{j+1,i}}{\bar{k}_{ji}+p_{ji}c_{ji}}\leq\gamma_i,\ j=\overline{1,4};i=\overline{1,n}.$$

При уже выбранных на основе (28) или (29) амплитудах из данных выражений аналогично (19), (20) следуют неравенства для последовательного (снизу вверх) выбора больших коэффициентов, обеспечивающих заданную точность оценивания:

$$c_{ji}>\max\left\{\frac{X_{j+1,i}+\beta_{j+1,i}}{\gamma_i};\frac{1}{p_{ji}\Delta t}\ln\frac{p_{ji}-X_{j+1,i}}{\beta_{j+1,i}}\right\}-\frac{\bar{k}_{ji}}{p_{ji}},\tag{31}$$

$$0<\beta_{ji}\leq\gamma_i-(X_{j+1,i}+\beta_{j+1,i})/(\bar{k}_{ji}+p_{ji}c_{ji}),\ j=4,3,2,$$

$$c_{1i}>\max\left\{\frac{X_{2i}+\beta_{2i}}{\gamma_i-\beta_{1i}};\frac{1}{p_{1i}\Delta t}\ln\frac{p_{1i}-X_{2i}}{\beta_{2i}}\right\}-\frac{\bar{k}_{2i}}{p_{1i}},i=\overline{1,n}.$$

Таким образом, разработанные алгоритмы настройки коэффициентов двухконтурной информационно-управляющей системы в виде (16), (17), (19), (20) и (28), (29), (31) обеспечивают функционирование системы слежения без наличия датчиков регулируемых переменных. В условиях неопределенности параметров механической системы (1) и действии на нее внешних неконтролируемых возмущений задача слежения решается с некоторой точностью, но с заданными темпами сходимости (7) ошибок слежения в окрестности нуля (27). Дана оценка времени регулирования (30) в зависимости от выбранных коэффициентов локальных обратных связей (7) и постоянных времени электрической подсистемы (2).

Заключение

Следует отметить, что процедуры настройки наблюдателей (11), (14) и (21), (24) основаны на достаточных условиях устойчивости, что приводит к консервативным (завышенным) нижним оценкам для выбора параметров, которые могут быть скорректированы в меньший диапазон по результатам имитационного моделирования. Результаты моделирования для однозвенного манипулятора, эластично сочлененного с двигателем постоянного тока, подтвердили данный факт и работоспособность разработанных алгоритмов. Кроме того, в системе с бездатчиковым манипулятором показатели процесса слежения оказались несколько хуже, чем в системе с бездатчиковым приводом. По этой причине данные алгоритмы рекомендуются для систем, в которых не предъявляются высокие требования к точности позиционирования, а реализация высокоточных систем слежения требует установки датчиков обобщенных координат механической подсистемы с высоким качеством измерений.

Литература

1. *Chen W.-H., Ballance D. J., Gawthrop P. J., O'Reilly J.* A Nonlinear Disturbance Observer for Robotic Manipulators // IEEE Transactions on industrial electronics. 2000, Vol. 47, No. 4. – P. 932-938.

2. *Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В.* Блочный синтез управления механическими системами в условиях неопределенности // Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2009, №6. – С. 41-54.
3. *Utkin V.I., Guldner J., Shi J.* Sliding mode control in electromechanical systems. – N.Y: CRC Press, 2009. – 485 p.
4. *Краснов Д.В., Уткин А.В.* Синтез многофункциональной системы слежения в условиях неопределенности // Управление большими системами. 2017, Вып. 69. – С. 29-49.
5. *Антипов А.С., Краснов Д.В., Уткин А.В.* Декомпозиционный синтез системы управления электромеханическими объектами в условиях неполной информации // Прикладная математика и механика. 2019, Т. 83, Вып. 4. – С. 530-548.
6. *Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В., Нгуен Тхань Тиен.* Прямой метод синтеза системы управления рабочим органом манипулятора при неполных измерениях // Проблемы управления. 2008, № 1. – С. 10-18.
7. *Spong M.* Modeling and control of elastic joint robots // ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. 1987, Vol. 109. – P. 310-319.
8. *Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В.* Блочный подход к анализу и синтезу инвариантных нелинейных систем слежения // Автоматика и телемеханика. 2017, № 12. – С. 26-53.
9. *Коровин С.К., Фомичев В.В.* Наблюдатели состояния для линейных систем с неопределенностью. – М. ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 224 с.
10. *Краснова С.А., Уткин А.В.* Сигма-функция в задачах синтеза наблюдателей состояний и возмущений // Проблемы управления. 2015, №5. – С. 27-36.