

СЕКЦИЯ 5: НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ КРУПНОМАСШТАБНЫМИ СИСТЕМАМИ

DOI:

СТАБИЛИЗАЦИЯ ДВУХРОТОРНОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ДЕКОМПОЗИЦИИ¹

Антипов А.С., Краснова С.А.,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,

Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65

scholess18@mail.ru, skrasnova@list.ru

Пивнева С.В.

Российский государственный социальный университет, Россия, г. Москва,

ул. Вильгельма Пика, д. 4, стр. 1

pivnevasv@rgsu.net

Аннотация: В качестве объекта управления рассмотрена двухроторная электромеханическая система при наличии в модели параметрических неопределенностей и перекрестных связей между винтами. Разработана процедура блочного синтеза нелинейных локальных связей и разрывных управлений, обеспечивающих стабилизацию угловых положений с учетом проектных ограничений. Приведены результаты моделирования.

Ключевые слова: электромеханическая система, проектные ограничения, параметрическая неопределенность, блочный подход, сигма-функция.

Введение

Двухроторный механизм (далее TRMS – от англ. Twin Rotor MIMO System) состоит из двух перпендикулярных винтов с индивидуальными исполнительными устройствами и имеет две угловые степени свободы. При разработке алгоритмов управления TRMS возникают сложности, связанные существенной нелинейностью математической модели объекта, наличием перекрестных связей между винтами, воздействием внешних и параметрических неконтролируемых возмущений. Данные особенности привлекают внимание многих исследований для апробации авторских алгоритмов управления и их возможного применения в реальном техническом устройстве – вертолете, динамика которого во многом схожа с динамикой TRMS. Одним из распространенных подходов является линеаризация системы статической обратной связью, в том числе с использованием ПИД-регуляторов [1, 2]. Для его реализации необходимо точное знание параметров модели либо их идентификация с достаточной точностью, что может быть затруднительно на практике. Эффективным методом подавления согласованных параметрических и внешних возмущений является разрывное управление с организацией скользящего режима. Следует заметить, что законы разрывного управления приобретают эвристический характер при их применении в механических системах в качестве управляющих моментов [3, 4], а при их использовании в механических системах с учетом динамики электрических исполнительных устройств не дают ожидаемого эффекта, так как возмущения, действующие на механическую систему, не могут быть непосредственно подавлены.

В данной работе для двухроторного механизма с учетом динамики электрических исполнительных устройств рассматривается задача стабилизации угловых координат в заданных положениях при наличии в модели параметрических неопределенностей и перекрестных связей между винтами. Синтез обратной связи основан на принципе декомпозиции и выполняется в рамках блочного подхода [5, 6], согласно которому исходная модель с помощью невырожденных преобразований приводится к блочной форме, которая состоит из связанных элементарных блоков относительно фиктивных и истинных управлений. В качестве фиктивных управлений в текущем блоке рассматриваются переменные следующего блока, последовательно формируются локальные стабилизирующие связи, которые обеспечиваются за счет выбора истинных разрывных управлений. Классически в качестве фиктивных управлений принимают неограниченные линейные функции с большими коэффициентами усиления, необходимыми для подавления параметрических неопределенностей и неизвестных

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 18-01-00846А, 20-01-00363А).

внешних возмущений [5-7]. На практике это зачастую приводит к перерегулированию в переходном процессе. В данной работе в качестве фиктивных управлений предлагается использовать нелинейные S-образные ограниченные сигмоидальные функции [8, 9], которые являются гладкими допредельными реализациями функции знака и обеспечивают ϵ -инвариантность по отношению к внешним возмущениям и параметрическим неопределенностям, действующим в пространстве не только истинных, но и фиктивных управлений. При этом формирование управляющих моментов в виде непрерывных сигма-функций (в отличие от разрывных управлений) согласуется с физикой процесса. Использование сигмоидальных локальных связей (в силу их ограниченности) позволяет учитывать проектные ограничения на переменные состояния на стадии синтеза и существенно снижает перерегулирование в замкнутой системе по сравнению с системами с линейными локальными связями.

Работа имеет следующую структуру. В разделе 1 описывается математическая модель TRMS и формализуется задача стабилизации угловых координат на заданных уровнях. В разделе 2 приводится основной результат: в рамках блочного подхода разработана процедура синтеза разрывного закона управления в форме обратной связи с формированием сигмоидальных локальных связей и настройкой их параметров с учетом проектных ограничений. В разделе 3 представлены результаты моделирования замкнутой системы с сигмоидальными и стандартными линейными локальными связями. Приведены результаты сравнительного анализа.

1 Описание модели объекта управления. Постановка задачи

Схема TRMS представлена на рис. 1.

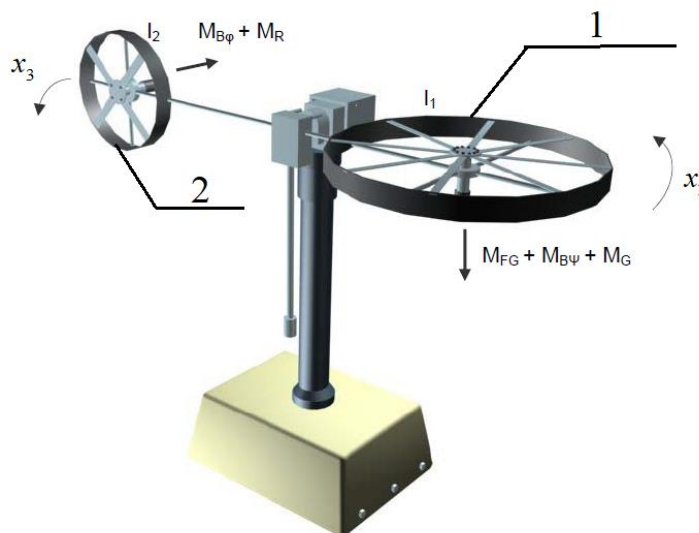


Рис. 1. Схема TRMS

Двухроторный механизм состоит из основного винта 1, к которому приложены гравитационный момент M_{FG} , момент сил трения $M_{B\psi}$ и гироскопический момент M_G . К хвостовому винту 2 приложен момент сил трения $M_{B\varphi}$ и момент M_R , возникающий за счет перекрестных связей между винтами. Математическая модель, соответствующая приведенной схеме, имеет вид [10]:

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= 1/I_1 \cdot [(1 - K_{gy} x_3 \cos x_1) \tilde{\tau}_1 - f_1], \\ \dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= 1/I_2 \cdot [\tilde{\tau}_2 - f_2], \end{aligned}$$

$$(2) \quad \dot{x}_5 = k_c \frac{(T_0 T_{10} + T_{11})}{T_p T_{11}} \tau_1 - \frac{1}{T_p} x_5 - \frac{k_c T_0 k_1}{T_p T_{11}} u_1,$$

где x_1 – угол тангажа, x_3 – угол рысканья (выходные, регулируемые переменные), $-\pi/2 < x_1(t) < \pi/2$, $0 \leq x_3(t) \leq 2\pi$ – допустимые области изменения угловых положений, x_2, x_4 –

соответствующие угловые скорости, x_5 – момент, создаваемый перекрестными связями, I_1, I_2 – моменты инерции, K_{gy} – параметр гироскопического момента, $0 < K_{gy} < 1/(2\pi) \Rightarrow 1 - K_{gy}x_3 \cos x_1 > 0$, $f_1 = M_{FG} + M_{B\varphi} = M_g \sin x_1 + B_{1\psi}x_2 + B_{2\psi}\text{sign}x_2$ – сумма гравитационного момента с моментами сил трения, приложенных к основному винту, $f_2 = M_{B\varphi} + M_R = B_{1\phi}x_4 + B_{2\phi}\text{sign}x_4 + x_5$ – сумма моментов сил трения с моментом, возникающим за счет перекрестных связей, приложенных к хвостовому винту, $\tilde{\tau}_1 = a_1\tau_1^2 + b_1\tau_1$, $\tilde{\tau}_2 = a_2\tau_2^2 + b_2\tau_2$ – моменты, создаваемые двигателями на основном и хвостовом винтах соответственно.

Учитываемая динамика электрических исполнительных устройств (приводов постоянного тока) описывается следующими уравнениями [10]:

$$(3) \quad \dot{\tau}_1 = -\frac{T_{10}}{T_{11}}\tau_1 + \frac{k_1}{T_{11}}u_1, \quad \dot{\tau}_2 = -\frac{T_{20}}{T_{21}}\tau_2 + \frac{k_2}{T_{21}}u_2,$$

где τ_1 и τ_2 – моменты сил на валу основного и хвостового двигателей, u_1 и u_2 – разрывные управления (напряжения якорей приводов). В уравнениях (1)-(3) все конструктивные коэффициенты положительные.

Объект управления (1)-(3) рассматривается в следующих предположениях:

- измерениям доступен весь вектор состояния, шумы в измерениях отсутствуют либо отфильтрованы с допустимой точностью;
- значения конструктивных коэффициентов точно не известны, имеются только диапазоны их изменения $0 < *_{\min} \leq *(t) \leq *_{\max}$, $t \geq 0$, в частности $\xi_{\min} \leq \xi \leq \xi_{\max}$, $\xi = 1 - K_{gy}x_3 \cos x_1$;
- функции f_1, f_2 трактуются как неизвестные ограниченные возмущения $|f_i(t)| \leq F_i$, $t \geq 0$;
- подсистема (1) является управляемой относительно фиктивных управлений $\tilde{\tau}_i$, $i=1,2$, т.е. $d\tilde{\tau}_i/d\tau_i \neq 0$, что в данном случае означает $2a_i\tau_i(t) + b_i > 0$, $t \geq 0$;
- на угловые скорости, моменты двигателей и управления накладываются проектные ограничения, которые определяются параметрами исполнительных устройств и допустимыми рабочими режимами:

$$(4) \quad \begin{aligned} |x_2(t)| &\leq X_{21}, \quad |x_4(t)| \leq X_{22}, \\ |\tau_i(t)| &\leq T_i < b_{i,\max} / (2a_{i,\min}), \\ |\tilde{\tau}_i(t)| &\leq \tilde{T}_i < b_{i,\max}^2 / (4a_{i,\min}), \\ |u_i(t)| &\leq U_i, \quad t \geq 0, \quad i=1,2. \end{aligned}$$

Более детальные предположения о соотношении допустимых диапазонов (4) будут представлены в следующем разделе.

В сделанных предположениях ставится задача синтеза закона разрывного управления в форме обратной связи, обеспечивающего стабилизацию угловых координат $x_1(t)$ и $x_3(t)$ в допустимых заданных положениях $g_1 = \text{const}$ и $g_2 = \text{const}$ соответственно с некоторой точностью:

$$(5) \quad |e_{li}(t)| \leq \Delta_{li}, \quad i=1,2, \quad t > t^* > 0,$$

где $e_{11}(t) = x_1(t) - g_1$, $e_{12}(t) = x_3(t) - g_2$ – ошибки стабилизации. При этом необходимо обеспечить выполнение проектных ограничений (4). Отметим, что при их выполнении решение подсистемы (2), которое трактуется как уравнение внутренней динамики, в силу устойчивости собственных движений будет также ограничено:

$$|x_5(t)| \leq X_5 = |x_5(0)| + k_{c,\max} ((T_{0,\max}T_{10,\max} + T_{11,\max})T_{1,\max} + T_{0,\max}k_{1,\max}U_1) / T_{11,\min}, \quad t \geq 0.$$

С учетом данного факта подсистему (2) можно исключить из дальнейших построений, а в подсистемах (1), (3), которые являются уравнениями внешней динамики, рассматривать переменную $x_5(t)$ как внешнее ограниченное возмущение.

2 Базовый закон управления

Модель электромеханического объекта (1), (3) имеет структуру блочной формы управляемости [5, 6]. Поэтому для решения поставленной задачи целесообразно использовать идеологию блочного принципа управления, что позволит декомпозировать задачу синтеза системы 6-го порядка на 6 элементарных подзадач синтеза сначала фиктивных, а потом и истинных управлений.

Сформируем в каждом из уравнений системы (1) стабилизирующие фиктивные управления, в качестве которых выступают переменные состояния $x_2, \tilde{\tau}_1, x_4, \tilde{\tau}_2$ соответственно. В отличие от стандартно используемых в блочном подходе линейных локальных связей [5, 6] здесь, с целью обеспечить выполнение проектных ограничений на переменные состояния (4), вводятся нелинейные, гладкие и всюду ограниченные сигмоидальные локальные связи [8, 9]. С помощью истинных разрывных управлений нужно будет стабилизировать невязки между истинными и принятыми фиктивными управлениями:

$$(6) \quad \begin{aligned} e_{21} &= x_2 + m_{11}\sigma(k_{11}e_{11}), & e_{22} &= x_4 + m_{12}\sigma(k_{12}e_{12}), \\ e_{31} &= \tilde{\tau}_1 + m_{21}\sigma(k_{21}e_{21}), & e_{32} &= \tilde{\tau}_2 + m_{22}\sigma(k_{22}e_{22}), \end{aligned}$$

где $\sigma(k_{ji}e_{ji}) = \frac{2}{1 + \exp(-k_{ji}e_{ji})} - 1$ – сигма-функция, $m_{ji} > 0$ – амплитуды, а $k_{ji} > 0$ – коэффициенты

наклона, выполняющий роль больших коэффициентов и определяющие точность стабилизации, $j = 1, 2, i = 1, 2$. Производная сигма-функции имеет вид $\sigma'(k_{ji}e_{ji}) = k_{ji}(1 - \sigma^2(k_{ji}e_{ji})) / 2$. Графики сигма-функции и ее производной приведены на рис. 2.

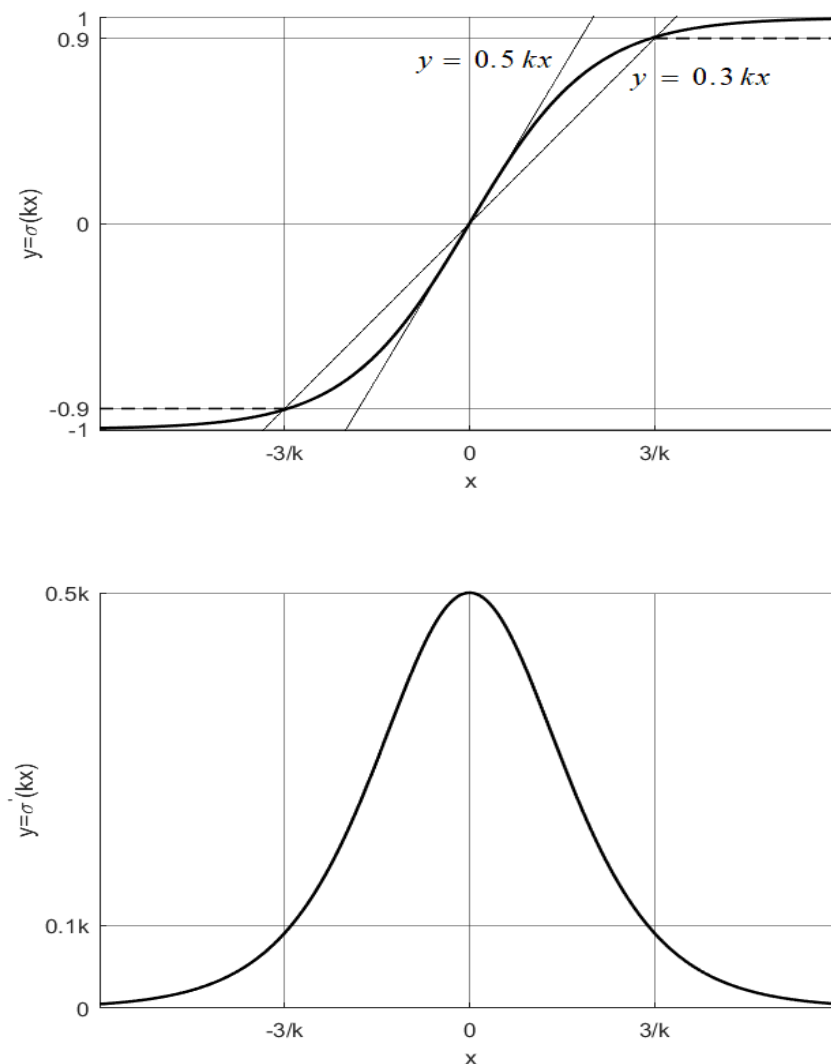


Рис. 2. Графики сигма-функции $y = \sigma(kx)$ и ее производной $y = \sigma'(kx)$

Как видно из рис. 2, сигма-функция $\sigma(k_{ji}e_{ji})$ может быть условно разделена на следующие части: при $|e_{ji}| \leq 3/k_{ji}$ она близка к линейной функции, при $|e_{ji}| > 3/k_{ji}$ она близка к постоянной. В точках области определения $e_{ji} = \pm 3/k_{ji}$, принятых в качестве границ, кривизна сигма-функции достигает максимума, а функция и ее производная принимают значения

$$(7) \quad \sigma(\pm 3) \approx \pm 0,9, \quad \sigma'(\pm 3) \approx 0,1k_{ji}.$$

В «линейной» зоне сигма-функция ограничена снизу секущей:

$$(8) \quad |\sigma(k_{ji}e_{ji})| > 0,3k_{ji}|e_{ji}|.$$

В пределе при $k_{ji} \rightarrow +\infty$ сигма-функция стремится к функции знака. Этот факт позволяет с помощью непрерывных сигмоидальных обратных связей обеспечить в замкнутой системе свойства, близкие к свойствам системам с разрывными управлениями, функционирующим в скользящем режиме: декомпозицию общего движения на разнотемповые составляющие, инвариантность с заданной точностью по отношению к параметрическим и внешним возмущения [8, 9].

Перепишем систему (1), (3) относительно выходов – ошибок стабилизации e_{11}, e_{12} , выполним невырожденные замены переменных (6) и получим две подсистемы «вход – выход» третьего порядка с замкнутыми локальными связями:

$$(9) \quad \begin{aligned} \dot{e}_{11} &= e_{21} - m_{11}\sigma(k_{11}e_{11}), \\ \dot{e}_{21} &= 1/I_1 \cdot [\xi(x_1, x_3) \cdot (e_{31} - m_{21}\sigma(k_{21}e_{21})) - f_1] + 0,5m_{11}k_{11}(1 - \sigma^2(k_{11}e_{11}))\dot{e}_{11}, \\ \dot{e}_{31} &= (2a_1\tau_1 + b_1) \cdot \left(-\frac{T_{10}}{T_{11}}\tau_1 + \frac{k_1}{T_{11}}u_1 \right) + 0,5m_{21}k_{21}(1 - \sigma^2(k_{21}e_{21}))\dot{e}_{21}; \\ \dot{e}_{12} &= e_{22} - m_{12}\sigma(k_{12}e_{12}), \\ \dot{e}_{22} &= 1/I_2 \cdot [e_{32} - m_{22}\sigma(k_{22}e_{22}) - f_2] + 0,5m_{12}k_{12}(1 - \sigma^2(k_{12}e_{12}))\dot{e}_{12}, \\ \dot{e}_{32} &= (2a_2\tau_2 + b_2) \cdot \left(-\frac{T_{20}}{T_{21}}\tau_2 + \frac{k_2}{T_{21}}u_2 \right) + 0,5m_{22}k_{22}(1 - \sigma^2(k_{22}e_{22}))\dot{e}_{22}, \end{aligned}$$

где $|f_1(t)| \leq F_1 = M_g + B_{1\psi}X_{21} + B_{2\psi}$, $|f_2(t)| \leq F_2 = B_{1\phi}X_{22} + B_{2\phi} + X_5$.

В терминах системы (9) сформируем закон разрывного управления:

$$(10) \quad u_i = -m_{3i} \cdot \text{sign}e_{3i}, \quad m_{3i} > 0, \quad i = 1, 2.$$

Задача синтеза заключается в выборе параметров локальных регуляторов (6) и управления (10), обеспечивающих стабилизацию с заданной точностью выходов (5) виртуальной системы (9). Согласно идеологии блочного принципа управления, выбором амплитуд разрывных управлений $m_{3i} > 0$ нужно обеспечить возникновение скользящего режима на поверхностях $e_{3i} = 0$, $i = 1, 2$, а выбором амплитуд фиктивных управлений $m_{ji} > 0$, $j = 1, 2$ – последовательное (снизу вверх) попадание невязок в некоторые окрестности нуля – «линейные» зоны соответствующих сигмоидальных управлений:

$$(11) \quad e_{3i}(t) = 0, \quad t > t_{3i} > 0, \quad |e_{2i}(t)| \leq \Delta_{2i}, \quad t > t_{2i} > t_{3i}, \quad |e_{1i}(t)| \leq \Delta_{1i}, \quad t > t_{1i} > t_{2i}, \quad i = 1, 2.$$

Границы «линейных» зон, от которых зависит точность стабилизации невязок, определяются выбором коэффициентов наклона:

$$(12) \quad |e_{ji}| \leq 3/k_{ji} \leq \Delta_{ji} \Rightarrow k_{ji} \geq 3/\Delta_{ji}, \quad j = 1, 2, \quad i = 1, 2.$$

Для настройки амплитуд, обеспечивающих (11), используем второй метод Ляпунова. В качестве кандидата на функцию Ляпунова замкнутой системы (9)-(10) рассмотрим квадратичную форму в виде суммы квадратичных форм: $V = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^2 V_{ji}$, $V_{ji} = \frac{1}{2}e_{ji}^2$. Вне областей (12) сигма-функция близка к постоянной и находится в пределах $0,9 < |\sigma(k_{ji}e_{ji})| < 1$ (7), что позволяет в целях анализа вместо $m_{ji}\sigma(k_{ji}e_{ji})$ рассматривать ее нижнюю границу $0,9m_{ji}\text{sign}e_{ji}$, $j, i = 1, 2$. Тогда вне областей (12), но с

учетом иерархии сходимости переменных (11), для производных квадратичной формы справедливы следующие оценки, определяющие выбор амплитуд:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{1i} = e_{1i} \dot{e}_{1i} &\leq |e_{1i}| \cdot \left(\frac{3}{k_{2i}} - 0,9m_{1i} \right) < 0 \Rightarrow m_{1i} > \frac{3,3}{k_{2i}}, \\
 \dot{V}_{2i} = e_{2i} \dot{e}_{2i} &\leq |e_{2i}| \cdot \left(\frac{1}{I_{i,\max}} \cdot (-0,9\eta_i m_{2i} + F_i) + 0,5m_{1i} k_{1i} X_{2i} \right) < 0 \Rightarrow \\
 \Rightarrow m_{2i} &> \frac{1,1}{\eta_i} \cdot (F_i + 0,5I_{i,\max} m_{1i} k_{1i} X_{2i}), \\
 (13) \quad \dot{V}_{3i} = e_{3i} \dot{e}_{3i} &\leq |e_{3i}| \cdot \left((b_{i,\min} - 2a_{i,\max} T_i) \cdot \left(\frac{T_{i0,\max} T_i}{T_{i1,\max}} - \frac{k_{i,\min} m_{3i}}{T_{i1,\max}} \right) + 0,5m_{2i} k_{2i} (F_{2+i} + 0,5m_{1i} k_{1i} X_{2i}) \right) < 0 \Rightarrow \\
 \Rightarrow m_{3i} &> \frac{T_{i0,\max} T_i}{k_{i,\min}} + \frac{0,5T_{i1,\max} F_{2+i} + 0,25T_{i1,\max} m_{1i} k_{1i} X_{2i}}{(b_{i,\min} - 2a_{i,\max} T_i) k_{i,\min}} m_{2i} k_{2i}, \quad i = 1, 2,
 \end{aligned}$$

$$\text{где } \eta_1 = \xi_{\min}, \quad \eta_2 = 1, \quad F_3 = \frac{1}{I_{1,\min}} \cdot (\xi_{\max} \tilde{T}_1 + F_1), \quad F_4 = \frac{1}{I_{2,\min}} \cdot (\tilde{T}_2 + F_2).$$

При выборе амплитуд на основе нижних оценок (13) обеспечивается желаемое поведение переменных замкнутой системы (11), точность стабилизации определяется большими коэффициентами (12). Верхние допустимые границы для выбора амплитуд m_{ji} , $j=1,3$, $i=1,2$ и, следовательно, больших коэффициентов, определяются имеющимися проектными ограничениями (4).

Формализуем алгоритм выбора параметров обратной связи с учетом проектных ограничений. С учетом (4), (13) имеем следующие диапазоны для выбора амплитуд:

$$\begin{aligned}
 (14) \quad p_{1i} + m_{2i} k_{2i} (p_{2i} + p_{3i} \cdot m_{1i} k_{1i}) &< m_{3i} \leq U_i, \\
 p_{4i} + p_{5i} \cdot m_{1i} k_{1i} &< m_{2i} \leq \tilde{T}_i, \\
 \frac{3,3}{k_{2i}} &< m_{1i} \leq X_{2i},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 p_{1i} = \frac{T_{i0,\max} T_i}{k_{i,\min}}, \quad p_{2i} = \frac{0,5T_{i1,\max} F_{2+i}}{(b_{i,\min} - 2a_{i,\max} T_i) k_{i,\min}}, \quad p_{3i} = \frac{0,25 \cdot T_{i1,\max} X_{2i}}{(b_{i,\min} - 2a_{i,\max} T_i) k_{i,\min}}, \\
 p_{4i} = 1,1 \cdot \frac{F_i}{\eta_i}, \quad p_{5i} = 0,55 \cdot \frac{I_{i,\max} X_{2i}}{\eta_i}, \quad i = 1, 2.
 \end{aligned}$$

Зафиксируем значения амплитуд на максимально возможном допустимом уровне:

$$(15) \quad m_{3i}^* = U_i, \quad m_{2i}^* = \tilde{T}_i, \quad m_{1i}^* = X_{2i}.$$

С учетом (15) из третьего неравенства (14) имеем нижние ограничения на выбор k_{2i}

$$\frac{3,3}{k_{2i}} < X_{2i} \Rightarrow k_{2i} > \frac{3,3}{X_{2i}}, \quad i = 1, 2,$$

и фиксируем значения

$$(16) \quad k_{2i}^* = \frac{3,3}{(X_{2i} - \varepsilon_1)},$$

где $0 < \varepsilon_1 < X_{2i}$ – малая константа. Согласно (12) данный выбор определяет точность стабилизации невязок по скорости $|e_{2i}(t)| \leq \Delta_{2i} = 3/k_{2i}^*$ при $t > t_{2i}$.

Из второго и первого неравенств (14) с учетом (15), (16) следуют верхние ограничения на выбор k_{1i} :

$$p_{4i} + p_{5i} \cdot X_{2i} k_{1i} < \tilde{T}_i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_{1i} < \frac{\tilde{T}_i - p_{4i}}{p_{5i} \cdot X_{2i}};$$

$$p_{1i} + \tilde{T}_i \cdot \frac{3,3}{(X_{2i} - \varepsilon_1)} \cdot (p_{2i} + p_{3i} \cdot X_{2i} k_{1i}) < U_i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_{1i} < \frac{(U_i - p_{1i})(X_{2i} - \varepsilon_1) - 3,3\tilde{T}_i p_{2i}}{3,3\tilde{T}_i \cdot p_{3i} \cdot X_{2i}}.$$

Данные неравенства должны выполняться одновременно, откуда имеем верхние ограничения на выбор больших коэффициентов

$$(17) \quad k_{1i} < \bar{k}_{1i}, \quad \bar{k}_{1i} = \min \left\{ \frac{\tilde{T}_i - p_{4i}}{p_{5i} \cdot X_{2i}}, \frac{(U_i - p_{1i})(X_{2i} - \varepsilon_1) - 3,3\tilde{T}_i p_{2i}}{3,3\tilde{T}_i \cdot p_{3i} \cdot X_{2i}} \right\}, \quad i = 1, 2,$$

определяющие допустимую точность стабилизации $e_{1i}(t)$ при наложенных проектных ограничениях (4). Заданная точность (5) обеспечивается, если неравенство $\Delta_{1i} < 3/\bar{k}_{1i}$ выполняется. В этом случае фиксируем $3/\Delta_{1i} \leq k_{1i}^* < \bar{k}_{1i}$. Соответственно, чем больше принятые значения k_{1i}^* , тем меньше будут гарантированные области сходимости ошибок стабилизации. Если $\Delta_{1i} \geq 3/\bar{k}_{1i}$, то фиксируем $k_{1i}^* = \bar{k}_{1i} - \varepsilon_2$, где $\varepsilon_2 > 0$ – малая константа. Таким образом, указанный выбор k_{1i}^* обеспечивает заданную или допустимую точность ошибок стабилизации при $t > t_{1i}$:

$$(18) \quad |e_{1i}(t)| \leq \frac{3}{k_{1i}^*} \leq \begin{cases} \Delta_{1i}, & \Delta_{1i} < 3/\bar{k}_{1i}, \\ 3/(\bar{k}_{1i} - \varepsilon_2), & \Delta_{1i} \geq 3/\bar{k}_{1i}, \end{cases} i = 1, 2.$$

Заметим, что для реализации данной процедуры и возможности стабилизации объекта управления необходимо, чтобы в неравенствах (14) значения верхних границ были строго больше нижних. На основе оценок (17), где соответственно верхние границы должны быть строго положительными, установим соотношения между ограничениями X_{2i} , \tilde{T}_i , U_i (4), которые должны быть обеспечены на этапе проектирования:

$$(19) \quad 0 < \tilde{T}_i - p_{4i} \Rightarrow p_{4i} < \tilde{T}_i,$$

$$0 < (U_i - p_{1i})(X_{2i} - \varepsilon_1) - 3,3\tilde{T}_i p_{2i} \Rightarrow p_{1i} + \frac{3,3\tilde{T}_i p_{2i}}{X_{2i} - \varepsilon_1} < U.$$

В предположении, что проектные ограничения (4) отвечают условиям (19), формализуем базовую процедуру настройки параметров регулятора, обеспечивающих (11) и цель управления (18):

- 1) выбор максимально допустимых амплитуд (15);
- 2) выбор минимально возможных коэффициентов наклона k_{2i}^* (16);
- 3) определение верхних границ (17) и выбор требуемых или максимально допустимых больших коэффициентов k_{1i}^* (18).

Обратим внимание, что в случае $\Delta_{1i} < 3/\bar{k}_{1i}$ имеется возможность снизить значения амплитуд, что приведет к меньшим расходам ресурсов управления. С этой целью указанную процедуру рекомендуется повторить итерационно несколько раз, варьируя значения амплитуд и k_{2i}^* в нижнюю и верхнюю стороны соответственно, каждый раз проверяя выполнение условий $\Delta_{1i} < 3/\bar{k}_{1i}$, $i = 1, 2$. При их нарушении итерации прекращаются.

Еще раз подчеркнем, что возможность учета проектных ограничений на стадии синтеза связана с тем, что благодаря организации локальных связей и стабилизации невязок (6) в замкнутой системе фиктивные управления $x_2(t)$, $x_4(t)$, $\tilde{\tau}_1(t)$, $\tilde{\tau}_2(t)$ «следят» за ограниченными всюду должным образом

сигмоидальными сигналами. Однако при выбранных на основе указанной процедуры параметрах регулятора в замкнутой системе гарантируется тотальное выполнение проектных ограничений (4) при $t \geq 0$ на управления $u_i(t)$, $i=1,2$ в силу постоянных амплитуд (10) и на моменты $\tilde{\tau}_i(t)$, $i=1,2$, поскольку для невязок $e_{3i}(t)$ с помощью разрывного управления обеспечиваются аperiodические переходные процессы. Однако для невязок $e_{2i}(t)$ аperiodические переходные процессы не гарантированы, поэтому по угловым скоростям $x_2(t)$, $x_4(t)$ в общем случае вначале переходного процесса возможно незначительное нарушение заданных диапазонов (что требует, по возможности, снижения амплитуд m_{11} , m_{12} на этапе синтеза), но при этом величина перерегулирования будет заведомо меньше всплесков, характерных для замкнутых систем с линейными локальными связями, функционирующих в условиях неопределенности.

3 Результаты моделирования

Для проверки эффективности разработанного алгоритма управления было проведено численное моделирование в системе MATLAB-Simulink. В электромеханической системе (1)-(3) были приняты следующие параметры [10]:

$$\begin{aligned} I_1 &= 6,8 \cdot 10^{-2} \text{ [кг} \cdot \text{м}^2], I_2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ [кг} \cdot \text{м}^2], K_{gy} = 0,05 \text{ [с/рад]}, M_g = 0,32 \text{ [Н} \cdot \text{м]}, \\ B_{1\psi} &= 6 \cdot 10^{-3} \text{ [Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с/рад]}, B_{2\psi} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ [Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2/\text{рад]}, \\ B_{1\varphi} &= 1 \cdot 10^{-1} \text{ [Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с/рад]}, B_{2\varphi} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ [Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2/\text{рад]}, \\ k_c &= 0,2, T_0 = 3,5, T_{10} = 1, T_{11} = 1,1, T_p = 2, k_1 = 1,1, T_{20} = 1, T_{21} = 1, \\ k_2 &= 1, a_1 = 0,0135, b_1 = 0,55, a_2 = 0,02, b_2 = 0,58 \end{aligned}$$

при следующих ограничениях на переменные состояния и управления (4):

$$(20) \quad \begin{aligned} |x_2(t)| &\leq 0,3 \text{ [рад/с]}, |x_4(t)| \leq 0,3 \text{ [рад/с]}, \\ |\tilde{\tau}_i(t)| &\leq 0,15, i=1,2, \\ |u_i(t)| &\leq 2,5 \text{ [В]}, i=1,2. \end{aligned}$$

Требовалось стабилизировать заданные угловые положения:

$$g_1 = \begin{cases} 0,2, & t \leq 10 \\ -0,2, & t > 10 \end{cases}, g_2 = \begin{cases} -0,5, & t \leq 10 \\ 0,5, & t > 10 \end{cases}$$

с заданной точностью $\Delta_{11} = 0,05$, $\Delta_{12} = 0,05$.

На основе неравенств (12), (14) были выбраны параметры регулятора:

$$\begin{aligned} k_{1i} &= 60, k_{2i} = 11,1, \\ m_{1i} &= 0,3, m_{2i} = 0,15, m_{3i} = 2,5, i=1,2. \end{aligned}$$

Численное моделирование проводилось для замкнутой системы (1)-(3), (10) с ограниченными сигмоидальными фиктивными управлениями и невязками (6). Также в целях сравнения было проведено моделирование для замкнутой системы с законом управления (10), но с классически используемыми неограниченными линейными локальными связями [5, 6]. При этом невязки между реальными и принятыми фиктивными управлениями имеют вид

$$\begin{aligned} e_{21} &= x_2 + k_{11}e_{11}, e_{22} = x_4 + k_{12}e_{12}, \\ e_{31} &= \tilde{\tau}_1 + k_{21}e_{21}, e_{32} = \tilde{\tau}_2 + k_{22}e_{22}, \end{aligned}$$

где коэффициенты усиления k_{ji} , $j=1,2$, $i=1,2$ определялись из достаточных условий так, чтобы обеспечить аналогичные времена переходного процесса, что и для алгоритма с сигма-функциями. Последнее условие было необходимо для корректности последующего сравнения результатов.

На рис. 3-5 представлены графики невязок $e_{i2}(t)$, $i=1,3$ для угла рысканья (для угла тангажа результаты аналогичные). На рис. 6-8 приведены графики переменных $x_2(t)$, $x_4(t)$ и $\tilde{\tau}_2(t)$. В левой части рисунков отражены графики с использованием сигмоидальных фиктивных управлений, в правой

– с использованием линейных. Пунктирными линиями обозначены допустимые границы исходя из проектных ограничений (20). В целях сравнительного анализа в таблице 1 представлены следующие показатели качества замкнутых систем с разными фиктивными управлениями: время переходного процесса t_p – момент времени, начиная с которого достигается желаемая точность 0,05 [рад], величина перерегулирования по e_{12} : $\max |e_{12}(t)|$, достигнутая точность δ_2 в установившемся режиме для e_{12} , а также величины перерегулирования по переменным $x_2(t)$, $x_4(t)$, $\tilde{t}_2(t)$.

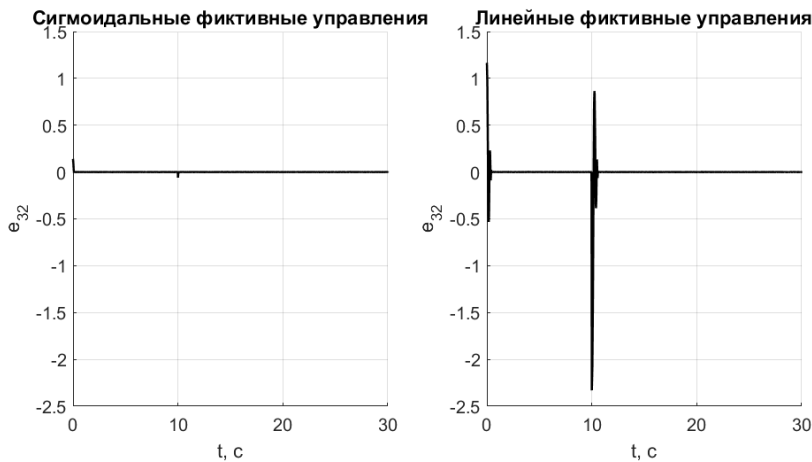


Рис. 3. График $e_{32}(t)$

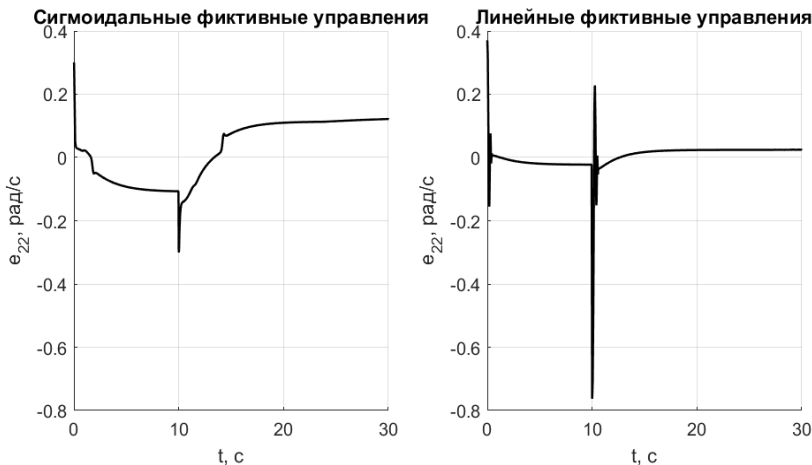


Рис. 4. График $e_{22}(t)$

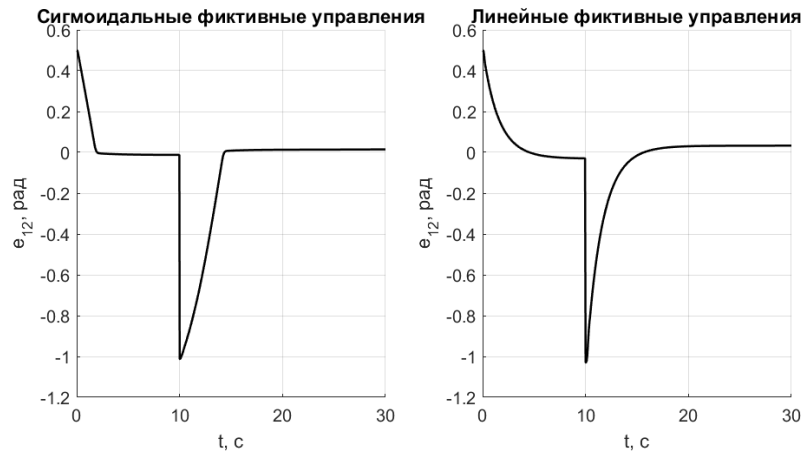


Рис. 5. График ошибки стабилизации $e_{12}(t)$

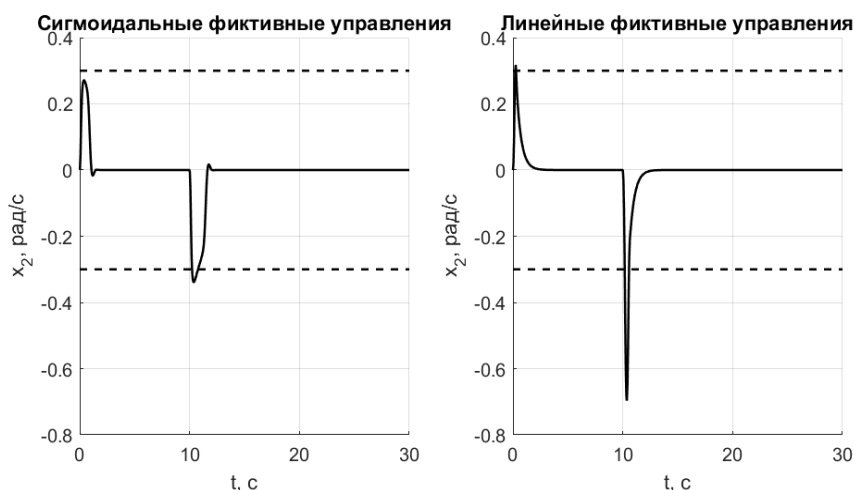


Рис. 6. График скорости изменения угла тангажа $x_2(t)$

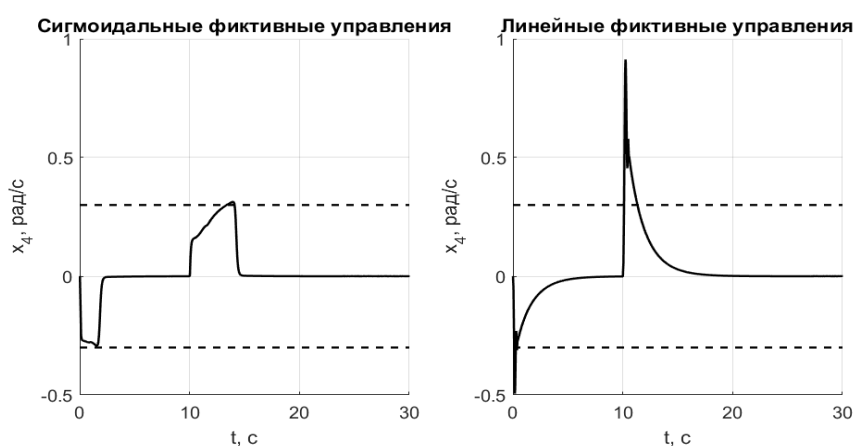


Рис. 7. График скорости изменения угла рысканья $x_4(t)$

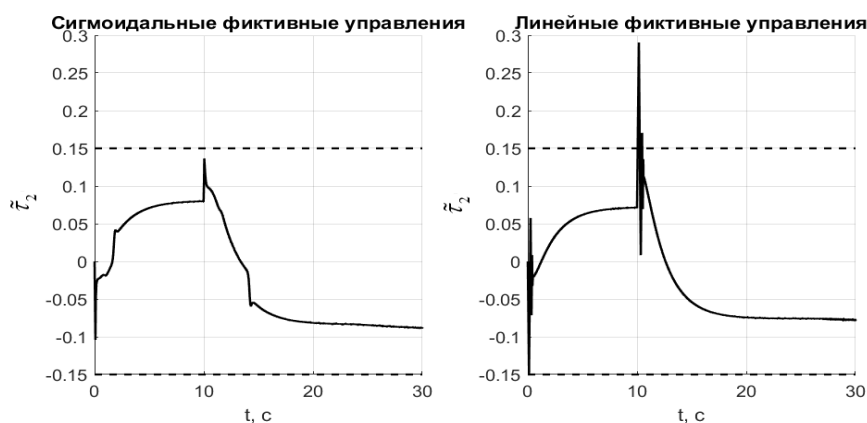


Рис. 8. График момента, действующего на хвостовой винт $\tilde{\tau}_2(t)$

Таблица 1. Показатели качества с разными фиктивными управлениями

Фиктивные управления	t_p, c	$\max e_{12}(t) , \text{ рад}$	$\delta_2, \text{ рад}$	$\max x_2(t) , \text{ рад/с}$	$\max x_4(t) , \text{ рад/с}$	$\max \tilde{\tau}_2(t) $
Сигмоидальные	14,0900	1,0124	0,0143	0,3386	0,3132	0,1366
Линейные	14,1120	1,0296	0,0330	0,6964	0,9128	0,4923

Таким образом, решение задачи стабилизации выходных переменных (5) достигается с точностью, не менее заданной (см. рис. 5). Стоит отметить, что для алгоритма с сигмоидальными фиктивными

управлениями проектные ограничения (20) на $\tilde{z}_2(t)$ выполняются при $t \geq 0$, однако для угловых скоростей $x_2(t)$ и $x_4(t)$ вначале наблюдается незначительный выход за ограничения в 1,04-1,13 раз (см. рис. 6-8). При этом для алгоритма с линейными фиктивными управлениями проектные ограничения (20) не выполняются ни для одной переменной состояния (см. рис. 6-8). Из таблицы 1 следует, что при сопоставимых временах переходного процесса и величине перерегулирования для переменной $e_{12}(t)$ для алгоритма с сигмоидальными фиктивными управлениями величина перерегулирования по другим переменным состояния оказывается в 1,71-3,60 раз меньше по сравнению с алгоритмом с линейными фиктивными управлениями. На практике данный факт позволяет, в частности, использовать исполнительные устройства меньшей мощности.

Заключение

Целью работы являлась разработка алгоритма управления двухроторной электромеханической системой, стабилизирующего заданные угловые положения в условиях параметрических неопределенностей модели и проектных ограничений на переменные состояния и управления. Поставленная цель была достигнута за счет использования блочного подхода с формированием сигмоидальных фиктивных управлений, обеспечивающих в замкнутой системе ϵ -инвариантность по отношению к параметрическим неопределенностям и выполнение проектных ограничений. На основе результатов моделирования показано, что по сравнению с использованием классических линейных функций в фиктивных управлениях удастся снизить величину перерегулирования в 2-3 раза. В дальнейшем планируется расширить исследование, рассмотрев объект управления (1)-(3) в условиях действия не только параметрических, но и внешних возмущений, а также при неполном комплекте измерительных устройств.

Литература

1. Kumar A.A., Antoine J.-F., and Abba G. Input-Output Feedback Linearization for the Control of a 4 Cable-Driven Parallel Robot // IFAC-PapersOnLine. Vol. 52. 2019, № 13. – P. 707-712.
2. Wang Y., Hill D., Middleton R., and Gao L. Transient stability enhancement and voltage regulation of power systems // IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 8. 1993, № 2. – P. 620-627.
3. Herrera M., Camacho O., Leiva H., and Smith C. An approach of dynamic sliding mode control for chemical processes // Journal of Process Control. Vol. 85. 2020. – P. 112-120.
4. Butt S.S., and Aschemann H. Multi-variable integral sliding mode control of a two degrees of freedom helicopter // IFAC-PapersOnLine. Vol. 48. 2015, № 1. – P. 802-807.
5. Лукьянов А.Г. Блочный метод синтеза нелинейных систем на скользящих режимах // Автоматика и телемеханика. 1998. № 7. – С. 14-34.
6. Уткин В.А. Инвариантность и автономность в системах с разделяемыми движениями // Автоматика и телемеханика. 2001, № 11. – С. 73-94.
7. Marino R. High-gain feedback in non-linear control systems // International Journal of Control. Vol. 42. 1985, № 6. – P. 1369-1385.
8. Краснова С.А., Антипов А.С. Иерархический синтез сигмоидальных обобщенных моментов манипулятора в условиях неопределенности // Проблемы управления. 2016, №4. – С. 10-21.
9. Kochetkov S.A., Krasnova S.A., Antipov A.S. Cascade Synthesis of Electromechanical Tracking Systems With Respect to Restrictions on State Variables // IFAC-PapersOnLine. Vol. 50. 2017, № 1. – P. 1042-1047.
10. Twin Rotor MIMO System Control Experiments 33-949S. East Sussex, UK, Feedback Instruments, 2006.–39P.