DOI:

УПРАВЛЕНИЕ В СЕТЕВОЙ МОДЕЛИ АДДИТИВНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Горелов М.А., Ерешко Ф.И.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН,

Россия, г. Москва, ул. Вавилова д.40

fereshko@yandex.ru

Аннотация: исследуется объект, имеющий сетевой характер, а именно: игроки в системе размещаются в узлах графа, и задана технологическая структура их взаимодействий. Интерес к подобному классу моделей обуславливается эффективным их использованием в задачах нейросетевого моделирования и искусственного интеллекта и рациональностью такого описания в реальных экономических проектах. Приводится вычисление гарантированных результатов Центра при централизованной и децентрализованной схемах управления и их сравнение.

Ключевые слова: цифровые технологии, сетевая модель экономики, проблемы централизации-децентрализации управлений.

Введение

В работе учтены три особенности текущего состояния в экономике: цифровизация технологий, сетевой характер экономических процессов и проблемы централизации-децентрализации управлений. В настоящее время общество переживает период активного проникновения информационных технологий во все сферы жизнедеятельности, бурно развивается информационное общество и цифровая экономика (digital economy). «Цифровые технологии, основанные на аппаратном и программном обеспечении и сетях, не являются новшеством, но с каждым годом уходя все дальше от третьей промышленной революции, становятся все более усовершенствованными и интегрированными, вызывая трансформацию общества и глобальной экономики» (К.Шваб).

Технологической базой Цифровой экономики являются вычислительные комплексы, оснащённые специальным программным обеспечением на основе математических моделей, вычислительные платформы.

«При управлении функционированием экономических систем всё более широкое распространение получают технологии, которые можно определить как сетевая организация управления сложными системами. Это системы, состоящие из относительно автономных элементов, узлов, которые обмениваются между собой информацией и изменяют своё состояние по каким-то локальным правилам. Под действием этого процесса меняется система в целом эти системы правильнее, наверное, называть гибридными. Они эволюционируют как под действием автономного поведения их элементов, так в результате сигналов из центров управления. Но надо понимать, что и эти центральные органы управления, в свою очередь, порождение системы, её элементов. Или непосредственно, или в итоге длительного эволюционного развития системы от поколения к поколению. Кроме того, сами органы управления, к примеру, центральная нервная система, организованы по тем же сетевым принципам.

Понятно, что искусственные сети тоже не новое изобретение. Ещё в древности появились транспортные, а позже, почтовые сети. Отличие новых сетевых технологий в том, что они не просто предоставляют условия для обслуживания клиентов, но, за счёт активности пользователей, порождают новые, глобальные эффекты. Это проявилось уже в мировой паутине – самой первой и базовой для большинства современных сетевых конструкций (тоже, конечно, гибридной). Наиболее значительным явлением новой технологической эпохи должны стать искусственные нейронные сети, основа для разработок по искусственному интеллекту. Именно нейросети наиболее отчётливо демонстрируют, как "рефлекторные" реакции узлов сети могут приводить к тому, что сеть, как объект более высокого уровня, даёт на выходе искомый её создателями результат, а именно, решение некоторой задачи». (из неопубликованных Заметок Гасанова И.И.)

Естественно в этих условиях возникает вопрос о сочетании централизации и децентрализации систем управления. Опыт исследований школы Гермейнера Ю.Б. демонстрирует широкие возможности теории иерархических игр, объект изучения в которых и представляет собой гибридную систему управления, где присутствует Центр с правом первого хода и подсистемы, наделённые свободой выбора и стремящиеся к достижению собственных целей.

В последнее время получен ряд результатов качественного характера, устанавливающих правила управления Центра в условиях неопределённости при ограниченных объёмах перерабатываемой информации.

Проблемы информированности и децентрализации являются одними из главных в теории принятия решений и привлекали внимание мыслителей всех эпох (см., например, https://en.wikipedia.org/wiki/Decentralization).

Особый интерес проявился к данным постановкам в последнее время в связи с огромным ростом потока данных, что послужило основанием для введения специального термина Big Data и разработки новых процедур распараллеливания вычислений.

Опыт показывает, что на практике управление достаточно сложными организационными системами осуществляется по гибридному иерархическому принципу. Отсюда можно сделать вывод о том, что существуют ситуации, когда децентрализованное управление является более эффективным. Однако объяснить причину эффективности децентрализации управления было затруднительно. Объяснение было предложено в начале 70-х годов прошлого века Ю.Б. Гермейером и Н.Н.Моисеевым [1-3]: если лицо, принимающее решения, передаст часть своих полномочий по выбору решений каким-то агентам, то совместными усилиями можно будет своевременно обработать большие объемы информации и за счет этого сделать управление более эффективным. В настоящее время тенденции к централизации управления сложными системами явно не наблюдается. Вероятно, это связано с тем, что параллельно идет процесс усложнения связей как между отдельными элементами внутри управляемой системы, так связей системы с внешним миром. Поэтому и объемы необходимой для эффективного управления информации тоже растут. Построить формальные математические модели, позволяющие описать этот эффект, долгое время не удавалось.

Решение получено в работе [4] и базируется на новом представлении теоретико-игровых конструкций с использованием исчисления предикатов. В работах [5,6] были построены модели разного сочетания централизации-децентрализации и предложены процедуры вычисления гарантированных результатов выделенного игрока при разных способах обработки данных. Эти работы существенным образом опираются на основные положения информационной теории иерархических систем.

Приведём выдержку из [1]. «Когда мы употребляем термин «иерархическая структура» или иерархическая организация, имеется в виду только то, что наша система разбита на отдельные подсистемы или звенья, обладающие самостоятельными правами обработки информации и принятия решений».

Анализ изучаемых моделей принятия решений показывает, что иерархическая структура, так или иначе, моделируется используемым принципом оптимальности. Грубо говоря, если изучаются равновесия по Нэшу, значит, речь идет об элементах на одном уровне иерархии; а если применяется принцип максимального гарантированного результата, то рассматриваются системы типа «Центр–Производитель». Кроме собственно «иерархии» принцип оптимальности обычно включает в себя отношение субъектов к неопределенности и ряд дополнительных условий.

В принципе, к элементам иерархической структуры, наверное, следует относить и регламенты обмены информацией, т.е. информированность подсистем (см. приведенное выше определение). Разумеется, весьма актуальной является задача синтеза оптимальных иерархических систем. Присутствует набор препятствий при попытках постановки такой задачи, и, пожалуй, единственный выход состоит в том, чтобы рассматривать различные заранее заданные варианты управления одной системой, проводить их анализ и сравнивать полученные результаты. Таким образом, из нескольких систем можно выбрать наилучшую. По такому пути в настоящее время и идут, в основном, исследования. В частности, так и мы поступим далее.

Продолжим еще одним важным тезисом.

«Как только система становится «достаточно сложной», в ней неизбежно возникает иерархическая структура. Мы не знаем сколько-нибудь сложных систем, не обладающих подобной структурой» (см. [1-3]). Этот факт, пожалуй, можно назвать общепризнанным, обратим внимание на слово «сложность», дважды возникающем в приведенной цитате.

Наряду с принятым выше определением [1], существует и другие, например, Википедия дает следующее определение. «Иерархия – порядок подчинённости низших звеньев к высшим, организация их в структуру типа «дерево»; принцип управления в централизованных структурах» [25]. https://ru.wikipedia.org/wiki/Иерархия

В определённом смысле определение Википедии является более конструктивным, поскольку в нем присутствует конкретный математический объект – дерево.

1 Иллюстративный пример сетевой модели

В качестве примера приведём сетевое представление модели технологических процессов Канторовича-Купманса. Принимается, что объект исследования имеет сетевой характер, а именно: игроки в системе размещаются в узлах графа, и задана технологическая структура их взаимодействий. Интерес к подобному классу моделей обуславливается эффективным их использованием в задачах нейросетевого моделирования и искусственного интеллекта и рациональностью такого описания в реальных экономических проектах.

Исходим из того, что цифровая платформа – это сообщество субъектов, независимых агентов, в конкретной предметной области, выступающих как система, как совокупность участников, обладающих техническими средствам и компьютерными программами для обработки и хранения информации и взаимодействующих в процессе производства, потребления и распределения товаров и услуг. Система, как организация, формируется на основе договоров и регламентов вступления и выхода из системы.

Рассматривается операция в интересах координирующего Центра.

Центр управляет производственной системой с распределённой структурой технологических связей (примем термин сеть) между участниками (игроками).

Мы принимаем следующие условия относительно поведения участников группы: отношения участников складываются в соответствии с логикой производства, в соответствии с технологиями производства, определившими конфигурацию сети.

Сеть состоит из узлов и дуг. I – Множество узлов i.

В узлах сети размещаются активные экономические участники, производители и потребители товаров и услуг.

По дугам распространяется информация, это каналы передачи информации.

I^i_{input} – множество узлов, выходы из которых есть входы в i-ый узел.

Номера узлов в этом множестве обозначим n.

I^i_{output} – множество узлов, входы у которых есть выходы из i – ого узла.

Номера узлов в этом множестве обозначим m.

Рассматривается модель взаимодействия активных элементов (игроков), которые размещаются в узлах Сети.

Вследствие заданной конфигурации сети каждый узел (игрок) имеет входы (дуги) и имеет выходы (дуги).

Полученная входная продукция (и соответствующая информация) используется каждым игроком для выработки выходной продукции (и информации), которая поступает на входы заданного множества игроков.

Выходные переменные являются идентификаторами реальных физических продуктов и в соответствии с этим на переменные налагаются ограничения, являющиеся следствием особенностей технологических процессов.

Каждый игрок имеет функцию цели, множество управляемых переменных. Эти множества зависят от переменных множества заданных других игроков, поступающих на вход.

В принципе все игроки разбиты на три группы.

Первая граничная группа I_{input} имеет среди входов параметры от внешнего мира.

Эти параметры в записи, реально это внешние ресурсы, которые поступают в эту систему.

Участник первой группы передаёт информацию о выходных переменных во вторую группу.

Вторая группа связана только с внутренними игроками.

I^i_{input} – множество узлов, выходы из которых есть входы в i-ый узел.

Номера узлов в этом множестве обозначим n.

I^i_{output} – множество узлов, входы у которых есть выходы из i-ого узла.

Номера узлов в этом множестве обозначим m.

Часть игроков второй группы передает информацию в третью группу.

Третья группа, граничная I_{output} посылает выходы во внешний мир.

Общее описание

$\xi_{ij} \geq 0$ – интенсивность j-ого технологического процесса i-го участника, $i \in I$.

$\sum_{j \in J_i} r_{ijk}\xi_{ij} \leq r_{ik}$, – потребление i-ым участником внешних ресурсов типа k,

$\sum_{j \in J_i} b_{ij}\xi_{ij} \leq \sum_{n \in I^i_{input}} x_{ni}$, где $x_{ni}, n \in I^i_{input}$, – потребление i-ым участником продукции участника номера n из множества I^i_{input} сети Платформы,

$\sum_{j=1}^{m} a_{ij}\xi_{ij} = x_i$, $i \in I$, – выходы продукции i-го активного участника,

$x_i = \sum_m x_{im} \geq 0$, где $x_{im} \geq 0$ часть продукции i-го активного участника, направляемой участнику номера m из множества I^i_{output}.

Компоненты вектора выпуска $x_i \geq 0$ обозначим в виде $x_i^e \geq 0$, где перечень всех видов продукции E, ($e \in E$).

Критерий эффективности i-го активного участника, $i \in I$ примем в виде

$$F_i = \sum_{e \in E} c_e x_i^e - \sum_n c_n x_{ni} \to max.$$

Цены $c \geq 0$ задаются Центром.

Определим $y \geq 0$ – общий выпуск продукции во внешний мир, во внешнее потребление.

Компоненты общего выпуска всей сети $y^e \geq 0\,(e \in E) = \sum_i x_i^e \geq 0$, $i \in I_{output}$.

Возможны два критерия общей эффективности.

Пусть $y_0^e \geq 0$ нормативный набор продукции, так что оценку функционирования можно записать в виде

$F = \min_e \frac{y^e}{y_0^e}$ или $F = \sum_{e \in E} p_e y^e$, где $p_e \geq 0$ внешние рыночные цены.

F – это показатель общей эффективности.

2 Основные обозначения и соотношения модели децентрализованной системы

Пусть задан ориентированный граф. Вершины графа будем нумеровать натуральными числами i=1,2,…,n. Множество вершин обозначим буквой N. Обозначим через e^{ij} ребро графа, выходящее из вершины i и входящее в вершину j. Пусть E – множество всех ребер графа, E^i_{input} – множество ребер входящих в вершину i, E^i_{output} – множество ребер выходящих из вершины i.

Будем предполагать, что граф не содержит циклов.

С каждой вершиной графа отождествим некоторого игрока. Их будем нумеровать теми же числами i=1,2,…,n. К ним добавим игрока с номером 0 (Центр).

Управлениями Центра являются векторы $u=(u^1,u^2,\dots,u^n)$ из множества $\prod_{i=1}^{n} R_+^m$. Множество U управлений Центра состоит из всех таких векторов, удовлетворяющих условиям

$$\sum_{i=1}^{n} u^i \leq \bar{u}$$

(вектор $\bar{u} \in R_+^m$ считается заданным).

Интерпретация этих конструкций такова. В управляемой системе обращаются m видов продукции. Центр вправе выбрать объемов продуктов u^i, выделяемых Центром игроку i (i=1,2,…,n). Вектор (столбец) $\bar{u}$ описывает имеющиеся в распоряжении Центра запасы продукции.

Управлениями игрока i (i=1,2,…,n) являются векторы (столбцы) $v^i \in R_+^l$. Выбор этих управлений связан следующими ограничениями:

$$x^i = A^i(\alpha)v^i,\ i=1,2,...,n, \qquad B^i(\alpha)v^i \le u^i + \sum_{e^{ji}\in E^i_{input}} y^{ji},\ i=1,2,...,n,$$

$$y^{ij} = \Delta^{ij}(x^i),\ i=1,2,...,n,\ e^{ij}\in E^i_{output}, \qquad z^i = x^i - \sum_{e^{ij}\in E^i_{output}} y^{ij},\ i=1,2,...,n,$$

$$z^j \ge 0,\ j=1,2,...,n.$$

На содержательном языке эти формулы могут быть объяснены следующим образом. У игрока i имеется l технологий. Компоненты вектора v^i – это интенсивности использования этих технологий. Компоненты матрицы с неотрицательными компонентами $A^i(\alpha)$ размера $m\times l$ представляют собой удельные нормы выпуска продукции. Соответственно вектор $x^i \in R^m_+$ – вектор выпусков продукции. Матрица $B^i(\alpha)$ с неотрицательными компонентами размера $m\times l$ является матрицей удельных затрат, а вектор $B^i(\alpha)v^i$ описывает затраты на производство при выбранных интенсивностях. Разумеется, эти затраты ограничены имеющимися ресурсами. Часть u^i этих ресурсов получается игроком i от центра, а остальная часть – от других игроков, связанных с игроком i ребрами графа. Часть произведенной продукции распределяется между другими игроками, с которыми у игрока i имеется связь: игрок с номером j получает от игрока с номером i количество продукции, описываемое вектором $y^{ij} \in R^m_+$. Распределение происходит с помощью функций Δ^{ij}. В данной постановке эти функции считаются фиксированными. Нераспределенная часть продукции z^i поступает на «внешний рынок».

Замечание. Разумеется, у каждого игрока свой список технологий и, соответственно, их число может меняться от игрока к игроку. Общее значение для их числа выбрано исключительно для упрощения формул. Это не уменьшает общности, поскольку за l может быть принято максимальное число технологий, и тогда в матрицах $A^i(\alpha)$ и $B^i(\alpha)$ допускается наличие нулевых столбцов.

Цели игрока i описываются стремлением к максимизации функции $h^i(c,v^i)=cx^i$. Цели Центра описываются стремлением к максимизации функции $g^i(u,v^1,v^2,...,v^n)$. Здесь cx^i – это скалярное произведение векторов c и x^i. Соответственно цель игрока i состоит в максимизации дохода от произведенной продукции. Цель Центра может состоять, например, в максимизации дохода $g^i(u,v^1,v^2,...,v^n) = \sum_{i=1}^{n} pz^i$ от продукции, продаваемой на внешнем рынке по ценам p, или в максимизации прибыли $g^i(u,v^1,v^2,...,v^n) = \sum_{i=1}^{n} p\left(z^i - r^i\right)$ от продажи этой продукции и т.п.

Замечание. Можно в качестве цели игрока i рассматривать прибыль, а не доход. В рассматриваемой далее задаче это не имеет значения: оптимальное решение в обоих случаях одно и то же.

Будем считать, что в момент принятия решения игроку i точно известны матрицы $A^i(\alpha)$ и $B^i(\alpha)$. Центр же принимает решение, зная лишь параметрические семейства матриц $A^i(\alpha)$ и $B^i(\alpha)$, где параметр α принадлежит множеству A.

Замечание. Может быть, более естественно выглядит постановка задачи, когда у каждого игрока имеется «свой» неопределенный фактор. Использование «общего» параметра предполагает наличие определенной «корреляции» матриц разных игроков и информированности одного из игроков о возможностях другого. В рассматриваемой далее задаче эти два случая легко сводятся один к другому. В качестве основного выбран тот, для которого формулы получаются более простыми

3 Постановка задачи. Стратификация модели децентрализованной системы

Множество N игроков может быть естественным образом стратифицировано.

Отнесем к первому уровню иерархии тех игроков i, для которых множество E^i_{input} пусто. Обозначим семейство таких игроков через N_1. Множество N_1 не пусто.

В самом деле, выберем произвольного игрока i. Если $E^i_{input} = \varnothing$, то все доказано. В противном случае выберем игрока j, для которого $e^{ji} \in E^i_{input}$. Если $E^j_{input} = \varnothing$, все доказано. В противном случае продолжим ту же процедуру. Поскольку по предположению циклов в графе нет, а множество вершин конечно, эта процедура непременно закончится и искомый игрок будет найден.

Пусть уровни иерархии $1,2,\ldots,d$ и множества $N_1,N_2,\ldots,N_d$ уже определены. К уровню иерархии $d+1$ отнесем тех игроков i, у которых $E^i_{input} \subset \bigcup_{\delta=1}^{d} N_\delta$. Множество игроков, находящихся на уровне $d+1$, обозначим через N_{d+1}. Те же рассуждения показывают, что множество N_{d+1} не пусто.

Будем продолжать ту же процедуру до тех пор, пока все игроки не будут отнесены к какому-то уровню иерархии. В результате будет определено k множеств $N_1, N_2, \ldots, N_k$.

Не ограничивая общности, можно считать, что игроки пронумерованы так, что $N_1=\{1, 2,\ldots,n_1\}$, $N_2=\{n_1+1,n_1+2,\ldots,n_2\},\ldots,N_k=\{n_{k-1}+1, n_{k-1}+2,\ldots,n\}$.

Естественным выглядит следующий порядок принятия решений. Первым выбирает свое управление u Центр. За ним выбирают свои управления v^i игроки $i\in N_1$. Следом выбирают управления игроки из множества N_2 и т.д. Последними выбирают управления игроки из множества N_k.

Если Центр выбрал свое управление u и этот выбор стал известен игроку $i\in N_1$, то для последнего неопределенности не остается. Для него задача принятия решения превращается в задачу оптимизации $cx^i \to \max$,

$$x^i = A^i(\alpha)v^i,\ B^i(\alpha)v^i \le u^i.$$

Обозначим множество решений этой задачи через $BR^i(c,\alpha)$.

Введем обозначения. Пусть $\overline{v}^d = (v^1, v^2, \ldots, v^d)$, $\overline{x}^d = (x^1, x^2, \ldots, x^d)$.

Пусть игроки, находящиеся на уровнях $1,2,\ldots,d$ выбрали свои управления. И этот выбор $\overline{v}^d$ стал известен игроку $i\in N_{d+1}$. Тогда для этого игрока известны вектор $\overline{x}^d$ и, соответственно, векторы y^{ji} для $e^{ji} \in E^i_{input}$. Поэтому для игрока i задача принятия решений превращается в задачу оптимизации

$$cx^i \to max,$$

$$x^i = A^i(\alpha)v^i,$$

$$B^i(\alpha)v^i \le v^i + \sum_{e^{ji}\in E^i_{input}} y^{ji}.$$

Пусть $BR^i(c,\overline{v}^d,\alpha)$ – множество всех решений этой задачи.

Введем обозначения: $\overline{BR}^{d+1}(c,\overline{v}^d,\alpha) = \prod_{\delta\in N_{d+1}} BR^\delta(c,\overline{v}^d,\alpha)$.

Центр, выбирая свое управление u, может оценить рациональные ответы остальных игроков. Поэтому с гарантией он может рассчитывать на получение выигрыша

$$J_{\mathrm{mid}}(c) = \sup_{u\in U}\inf_{\alpha\in A} \min_{(v^1,v^2,\ldots,v^{n_1})\in\overline{BR}^1(c,\alpha)} \min_{(v^{n_1+1},v^{n_1+2},\ldots,v^{n_2})\in\overline{BR}^2(c,\alpha)} \ldots \min_{(v^{n_{k-1}+1},v^{n_{k-1}+2},\ldots,v^n)\in\overline{BR}^k(c,\alpha)} g(u,v^1,v^2,\ldots,v^n,\alpha).$$

4 Сравнение способов управления

Можно представить себе, что в принципе Центр может располагать располагает абсолютной свободой в действиях и решает задачу организации всей системы в целом в собственных интересах, игнорируя целевые установки подсистем. Рассмотрим следующую схему централизованного управления рассматриваемой системой. Будем считать, что сначала Центр, выбирает свое управление u, затем реализуется конкретное значение неопределенного фактора, и оно становится известным Центру, и, наконец, Центр выбирает управления $v^1,v^2,\ldots,v^n$, разумеется, с соблюдением всех технологических ограничений. Тогда максимальный гарантированный результат Центра можно записать в следующем виде.

Для заданных $u \in U$ и $\alpha \in A$ обозначим через $\overline{g}(u,\alpha)$ максимум функции $g(u,v^1,v^2,\ldots,v^n,\alpha)$ по переменным v^i, x^i ,y^{ij}, z^i , удовлетворяющим ограничениям

$$x^i = A^i(\alpha)v^i,\ i = 1,2,\ldots,n, \qquad B^i(\alpha)v^i \le u^i + \sum_{e^{ji}\in E^i_{input}} y^{ji},\ i = 1,2,\ldots,n,$$

$$y^{ij} = \Delta^{ij}(x^i),\ i = 1,2,...,n,\ e^{ij} \in E^i_{output}, \qquad z^i = x^i - \sum_{e^{ij} \in E^i_{output}} y^{ij},\ i = 1,2,...,n,\ \ z^j \geq 0,\ j = 1,2,...,n.$$

Тогда наибольший гарантированный результат Центра будет иметь вид

$$J_{abs} = \max_{u \in U} \min_{\alpha \in A} \overline{g}(u,\alpha).$$

Однако, как уже отмечалось во Введении достижение такой возможности на практике нереально, и мы допустим это здесь в изложении, как некоторую абстрактную возможность.

Теперь представим случай, когда коэффициенты c в функциях целей игроков соответствуют случаю наилучшего для Центра выбора, т.е. условию

$$J_{\max} = \max_{c \in \mathbb{R}^m_+} J_{\mathrm{mid}}(c).$$

Аналогично можно представить случай, когда коэффициенты c в функциях целей игроков соответствуют случаю наихудшего для Центра выбора, т.е. из условия

$$J_{\min} = \min_{c \in \mathbb{R}^m_+} J_{\mathrm{mid}}$$

Очевидны следующие отношения

$$J_{\mathrm{abs}} \geq J_{\max} \geq J_{\mathrm{mid}}(c) \geq J_{\min}.$$

При интерпретации указанных соотношений можно сказать, что случай $J_{\max}$ соответствует полной благожелательности игроков по отношению к деятельности Центра, случай $J_{\min}$ соответствует несогласованности устремлений Центра и игроков.

Запишем соотношение для промежуточного случая mid

$$J_{\mathrm{mid}}(c) = \sup_{u \in U} \inf_{\alpha \in A} \min_{(v^1,v^2,...,v^{n_1}) \in \overline{BR}^1(c,\alpha)} \ \min_{(v^{n_1+1},v^{n_1+2},...,v^{n_2}) \in \overline{BR}^2(c,\alpha)} \dots \min_{(v^{n_{k-1}+1},v^{n_{k-1}+2},...,v^{n}) \in \overline{BR}^k(c,\alpha)} g(u,v^1,v^2,...,v^n,\alpha).$$

в итеративной беллмановской форме.

Обозначим

$$L_{k+1}(u,v^1,v^2,...,v^n,\alpha) = g(u,v^1,v^2,...,v^n,\alpha),$$

Тогда

$$L_t(u,v^1,v^2,...,v^{n_{t-1}},\alpha) = \min_{(v^{n_{t-1}+1},v^{n_{t-1}+2},...,v^{n_t}) \in \overline{BR}^k(c,\alpha)} L_{t+1}(u,v^1,v^2,...,v^{n_t},\alpha), t = 1,...,k.$$

и

$$J_{\mathrm{mid}}(c) = \sup_{u \in U} \inf_{\alpha \in A} L_1(u,\alpha).$$

Замечание. Представляет интерес вопрос о том, как определить взаимоотношения указанных организационных структур при условии ограниченного объёма перерабатываемой информации Центром, подобно тому, как это рассмотрено в [5,6].

Пусть к моменту принятия решения Центр имеет возможность обработать f бит информации о реализовавшемся значении неопределенного фактора. Обозначим $F = 2^f$.

Тогда его максимальный гарантированный результат равен

$$J^f_{\mathrm{mid}}(c) = \sup_{(u_0,u_1,...,u_{F-1}) \in U^F} \inf_{\alpha \in A} \min_{\iota = 0,1,...,F-1} \min_{(v^1,v^2,...,v^{n_1}) \in \overline{BR}^1(c,\alpha)} \ \min_{(v^{n_1+1},v^{n_1+2},...,v^{n_2}) \in \overline{BR}^2(c,\alpha)} \dots$$

$$\dots \min_{(v^{n_{k-1}+1},v^{n_{k-1}+2},...,v^{n}) \in \overline{BR}^k(c,\alpha)} g(u_\iota,v^1,v^2,...,v^n,\alpha).$$

Или

$$J_{\mathrm{mid}}^{f}(c)=\sup_{(u_0,u_1,\ldots,u_{F-1})\in U^F}\ \inf_{\alpha\in A}\ \max_{\iota=0,1,\ldots,F-1} L_1(u_\iota,\alpha).$$

Вопрос о соотношении выигрышей в данном случае при разных формах организационных структур – предмет дальнейших исследований.

Заключение

С вычислительной точки зрения для анализа состояний игроков в стратифицированной системе применимы схемы динамического программирования и другие приёмы декомпозиции и распределённых вычислений.

Литература

1. *Гермейер Ю. Б., Моисеев Н. Н.* О некоторых задачах теории иерархических систем. // Проблемы прикладной математики и механики. М.: Наука, 1971. С. 30–43.
2. *Моисеев Н.Н.* Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 1981. – 488 с.
3. *Моисеев Н.Н.* Информационная теория иерархических систем // Моисеев Н.Н. Избранные труды в 2-х томах. Т. 1. М.: Тайдекс Ко, 2003. С. 214–266.
4. *Gorelov. M.A.* “A game with errors in information transmission,” Automation and Remote Control, 2012, vol. 73, issue 12, pp. 2059–2070
5. *Горелов М.А., Ерешко Ф.И.* Информированность и децентрализация управления // Автоматика и телемеханика, 2019. №6. С. 156–172. DOI: 10.1134/S0005231019060096
6. M.A. Gorelov and F.I. Ereshko, “Awareness and Control Decentralization,” Automation and Remote Control, 2019, vol. 80, issue. 6, pp. 1063–1076
7. *Горелов М.А., Ерешко Ф.И.,* “Информированность и децентрализация управления (стохастический случай)”, // Автоматика и телемеханика, 2020. № 1. С. 52–66. DOI: 10.1134/S0005231019060096.
8. *M.A. Gorelov and F.I. Ereshko,* “Awareness and Control Decentralization (stochastic case),” Automation and Remote Control, 2020, vol. 81, issue. 1, pp. 41–52.