DOI:

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ НА МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ИПОТЕЧНЫХ КОАЛИЦИЙ

Гасанов И.И., Ерешко Ф.И., Сытов А.Н.

Вычислительный центр ФИЦ ИУ РАН,

Россия, г. Москва, ул. Вавилова д. 40

fereshko@yandex.ru

Аннотация: Настоящая работа продолжает публикацию авторов на конференциях MLSD.. Приводятся описания различных организационных форм коалиции заёмщиков, варианты формальных записей и результаты вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: Коалиция заёмщиков, модели динамики, ставки финансирования, самофинансирование, достаточный капитал.

Введение

Настоящая работа продолжает публикации конференциях МЛСД по моделированию и принятию решений в инвестиционных проектах на примере ипотечного кредитования. Общие установки изложены в прошлых публикациях.

Рассматриваются теоретико-игровые модели объединения экономических агентов в динамической ситуации, когда их устремления по обладанию некоторого актива совпадают, и они объединяют свои финансовые возможности. Выступая как отдельные самостоятельные экономические единицы, они организовывают коалицию в качестве также самостоятельного лица со своими финансовыми возможностями. В качестве исследуемого объекта рассматривается процесс ипотечного кредитования.

1 Общее описание

В моменты времени $t_k^0,\dots,t_k^1$ участник совершает накопительные платежи в размере $U_{k,t}$. Эти средства размещаются на его счете в коалиции. Состояние депозитного счета участника характеризуется переменной $G_{k,t}^D$. Следующие соотношения описывают ее динамику:

$$G_{k,t}^D=0,\ t=0,\dots,t_k^0-1,\ G_{k,t+1}^D=G_{k,t}^D+g_{k,t+1}^D+U_{k,t+1},\ t=t_k^0,\dots,t_k^1-2,\ G_{k,t_k^0}^D=U_{k,t_k^0}.$$

$$G_{k,t}^D=0,\ t=t_k^1,t_k^1+1,\dots.$$

Здесь $g_{k,t}^D$ – начисленные в момент времени t проценты на депозит участника k,

Ставку, по которой эти проценты начисляются на депозит участника, обозначим через u_k и будем записывать:

$$g_{k,t}^D=0,\ t=0,\dots,t_k^0,\ g_{k,t}^D=u_k\cdot G_{k,t-1}^D,\ t=t_k^0+1,\dots,t_k^1,\ g_{k,t}^D=0,\ t=t_k^1+1,t_k^1+2,\dots.$$

В момент времени t_k^1 накопленные средства возвращаются участнику в размере

$$Y_k^D=\left(1+u_k\right)\cdot G_{k,t_k^1-1}^D+U_{k,t_k^1},\ \textit{и депозитный счет закрывается.}$$

В этот же момент времени участник получает от коалиции кредит в размере Y_k^C на срок до момента времени t_k^1 и приобретает актив по цене $C_{t_k^1}$. В моменты времени $t_k^1+1,\dots,t_k^2$ участник погашает задолженность кредитными выплатами $V_{k,t}$, размер которых определяется схемой погашения задолженности и зависит от размера кредита, срока s_k и ставки кредитования v_k. Задолженность участника в момент времени t обозначается как $G_{k,t}^C$. Соотношения, которые описывают получение и погашение участником кредита имеют вид:

$$G_{k,t}^C=0,\ t=0,\dots,t_k^1-1,\ G_{k,t+1}^C=G_{k,t}^C+g_{k,t+1}^C-V_{k,t+1},\ t=t_k^1,\dots,t_k^2-1,\ G_{k,t_k^1}^C=Y_k^C,\ Y_k^C=C_{t_k^1}-Y_k^D$$

$$G_{k,t}^C=0,\ t=t_k^2,t_k^2+1,\dots$$

Проценты: $g^C_{k,t}=0$, $t=0,...,t^2_k$, $g^C_{k,t}=v_k\cdot G^C_{k,t-1}$, $t=t^1_k+1,...,t^2_k$, $g^C_{k,t}=0$, $t=t^2_k+1,t^2_k+2,...$.

Равенство $G^C_{k,t^2_k}=0$ имеет смысл условия полного погашения кредита в момент времени t^2_k .

2 Некоторые частные случаи описания

Для приведенного общего описания возможны различные организационные конструкции. В частности, очередь и общий старт.

а) Расчётные депозитные и кредитные платежи.

При проведении вычислительных экспериментов с моделью коалиции заемщиков, организованной по принципу “очереди”, для более детального описания участника используются следующие соотношения.

Считается, что накопительные платежи участника равны между собой и равны U_k , а участник получит кредит как только накопит на своем счете долю d от текущей стоимости актива и сделает это, совершив не более l платежей.

Пусть теперь $G^D_{k,t}$ обозначает накопления участника k на депозите в момент времени t .

Справедлива следующая рекуррентна формула:

$G^D_{k,t+1}=(1+u)\cdot G^D_{k,t}+U_k$, $t=t^0_k,t^0_k+1,...$, где $G^D_{k,t^0_k}=U_k$. В замкнутой форме:

$G^D_{k,t}=U_k\cdot\dfrac{(1+u)^{t-t^0_k+1}-1}{u}$, $t=t^0_k,t^0_k+1,...$. U_k рассчитывается из предположения, что за l платежей накопится доля d от прогнозной цены актива $\tilde{C}_k$ в момент t^0_k+l-1: $U_k=\dfrac{u\cdot d\cdot\tilde{C}_k}{(1+u)^l-1}$.

Прогнозная цена актива задается как $\tilde{C}_k=C_{t^0_k}\cdot(1+\tilde{\omega})^{l-1}$, где $\tilde{\omega}$ – прогнозный темп роста цены.

Момент времени, когда участник получит кредит: $t^1_k=\min\left(t^0_k+l-1,\min\left(t:G^D_{k,t}\ge d\cdot C_t\right)\right)$.

Число накопительных платежей участника: $r_k=t^1_k-t^0_k+1$. Накопления на депозите, возвращаемые участнику в момент времени t^1_k и размер выданного кредита:

$$Y^D_k=G^D_{k,t^1_k}=U_k\cdot\frac{(1+u)^{r_k}-1}{u},\quad Y^C_k=C_{t^1_k}-Y^D_k.$$

Считается, что кредитные платежи участника равны между собой: $V_{k,t}=V_k$, $t=t^1_k+1,...,t^2_k$.

Тогда: $G^C_{k,t}=Y^C_k\cdot(1+v)^{t-t^1_k}-V_k\dfrac{(1+v)^{t-t^1_k}-1}{v}$.

Их размер задается таким образом, что кредит полностью погасится за число платежей s .

Из условия $G^C_{k,t^2_k}=0$, где $t^2_k=t^1_k+s$ следует, что $V_k=\dfrac{v\cdot(1+v)^s}{(1+v)^s-1}\cdot Y^C_k$.

Отметим, что $V_k>v\cdot Y^C_k$, поэтому задолженность участника монотонно убывает с увеличением t , $t=t^1_k,...,t^2_k$, принимает положительные значения, начиная с Y^C_k и в точности равна нулю при t^2_k .

б) Постоянные депозитные и кредитные платежи.

В отличие от предыдущего способа описания участника коалиции, в данном случае накопительные платежи U_k и выплаты по кредиту V_k (за исключением последней выплаты, которая рассчитывается из условия полного погашения кредита) считаются заданными.

Пусть участник шаг за шагом совершает выплаты по кредиту в размере V_k , причем $V_k>v\cdot Y^C_k$, тогда его задолженность $G^c_{k,t}=Y^c_k\cdot(1+v)^{t-t^1_k}-V_k\dfrac{(1+v)^{t-t^1_k}-1}{v}$, $t=t^1_k,t^1_k+1,...$.монотонно убывает с увеличением t , начиная со значения Y^C_k , вплоть до первого момента пока она не станет меньше либо равной нулю. Формальное определение этого момента времени есть $t_k^2 = \min\left(t : t = t_k^2 + 1, t_k^2 + 2, ..., G_{k,t}^C \le 0\right)$. Несложно показать, что:

$$t_k^2 = t_k^1 + s_k, \; s_k = \lceil \tilde{s}_k \rceil, \; \hat{s}_k = \log_{1+v}\left(\frac{V_k}{V_k - v \cdot Y_k^c}\right).$$

Функция “потолок” $\lceil \bullet \rceil : x \to \lceil x \rceil$ определяется как наименьшее целое, большее или равное x: $\lceil x \rceil = \min\{n \in Z : n \ge x\}$.

Размер последней кредитной выплаты $\bar{V}_k$ участника k определяется из условия полного погашения им кредита в момент времени $t = t_k^2$: $(1+v) \cdot G_{k,t_k^2-1}^C - \bar{V}_k = 0$.

Отсюда следует: $\bar{V}_k = V_k + \left(Y_k^C - \frac{V_k}{v}\right) \cdot (1+v)^{s_k} + \frac{V_k}{v}$. Заметим, что: $0 < \bar{V}_k \le V_k$.

Приведенное формальное описание используется при проведении вычислительных экспериментов с моделью коалиции заемщиков, организованной по принципу очереди.

1 Описание вычислительных экспериментов

Рассматривалось несколько вариантов случая б) и один вариант случая а). Они отличаются данными по параметрам ставок на депозиты и кредиты. Как и обычно, при наших вычислительных экспериментах, для коалиций фиксировались момент ее открытия и длина, порог накопления, а также размеры вкладов и кредитных выплат участников. Задавались сценарии изменения процентных ставок и цен на жилье. Рассчитывались количество накопительных вкладов и выплат по кредиту участников, а также основные финансовые показатели очереди.

Расчёты проводились для организации «очередь».

Представим результаты расчетов для случая а) при следующих значениях параметров:

C = 1 стоимость жилья,

l = 7 количество накопительных платежей участника,

u = 6.5% ставка внутреннего депозита,

d = 0.3 порог накопления,

s = 19 количество кредитных платежей,

ζ = 7.5% ставка внешнего депозита,

γ = 10% ставка внешнего кредита

На Рис.1 представлен график зависимости достаточного начального капитала m от длины очереди L (числа участников), L = 0, ..., 300

при различных значениях внутренней кредитной ставки v = 0, 3, 6, 9, 12, 15 % годовых

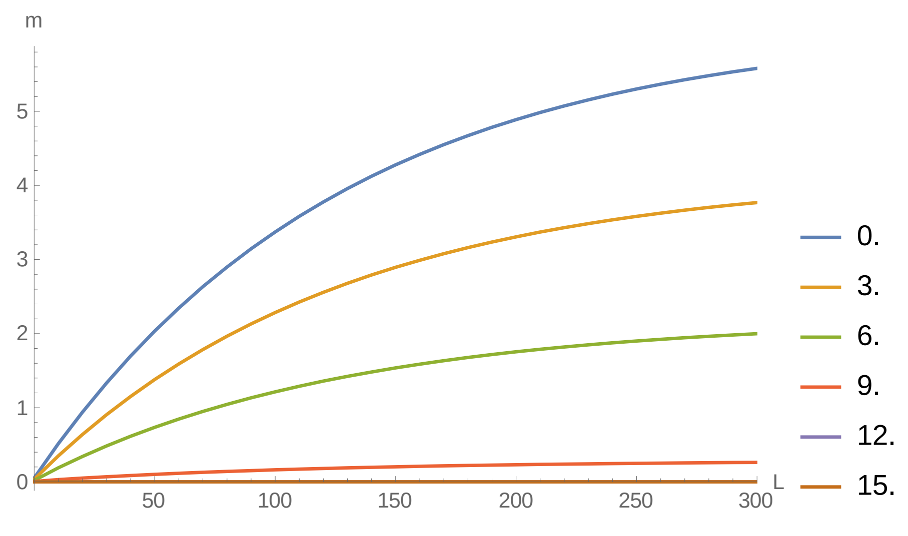

Рис. 1. Графики зависимостей достаточного начального капитала от длины очереди при различных значениях ставок внутренних кредитов

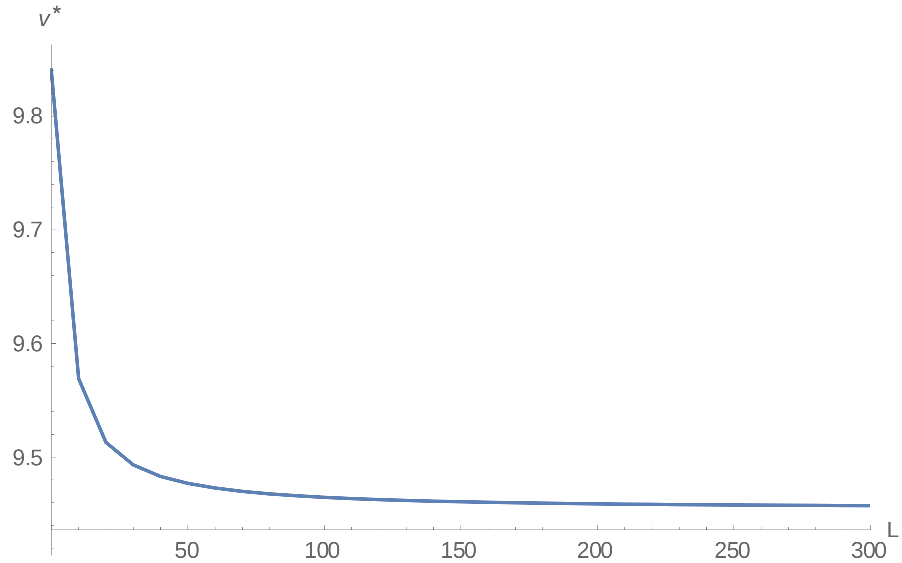

Рис. 2. График зависимости ставки самофинансирования от длины очереди

Представим результаты расчетов для случая б) при следующих значениях параметров:

C = 1 стоимость жилья

U = V = 0.04 вклады на депозит и кредитные выплаты,

u = 6.5% ставка внутреннего депозита,

d = 0.3 доля накопления достаточная для выдачи кредита,

ζ = 7.5% ставка внешнего депозита,

γ = 10% ставка внешнего кредита

На Рис.3 представлен график зависимости достаточного начального капитала m от длины очереди L (числа участников), L = 0, ..., 300

при различных значениях внутренней кредитной ставки v = 0, 3, 6, 9, 12, 15 % годовых

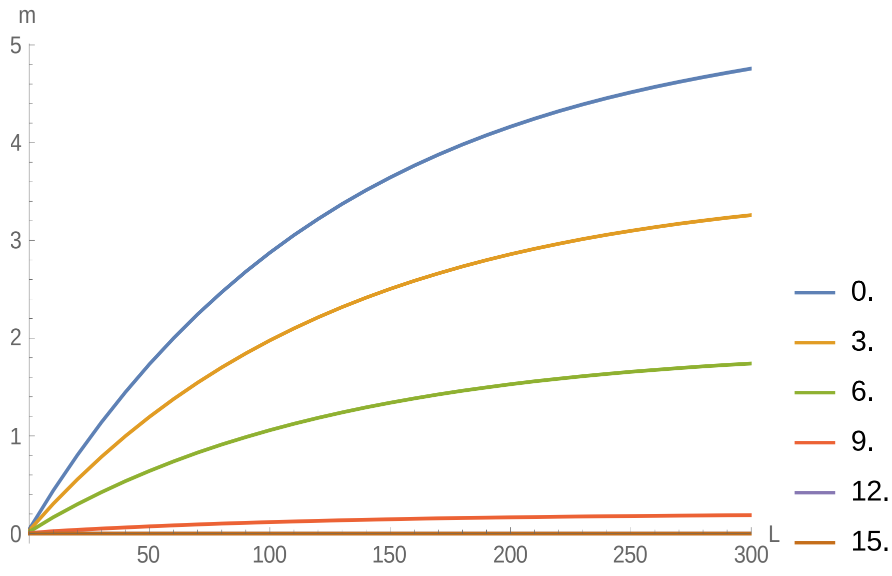

Рис. 3. Графики зависимостей достаточного начального капитала от длины очереди при различных значениях ставок внутренних кредитов

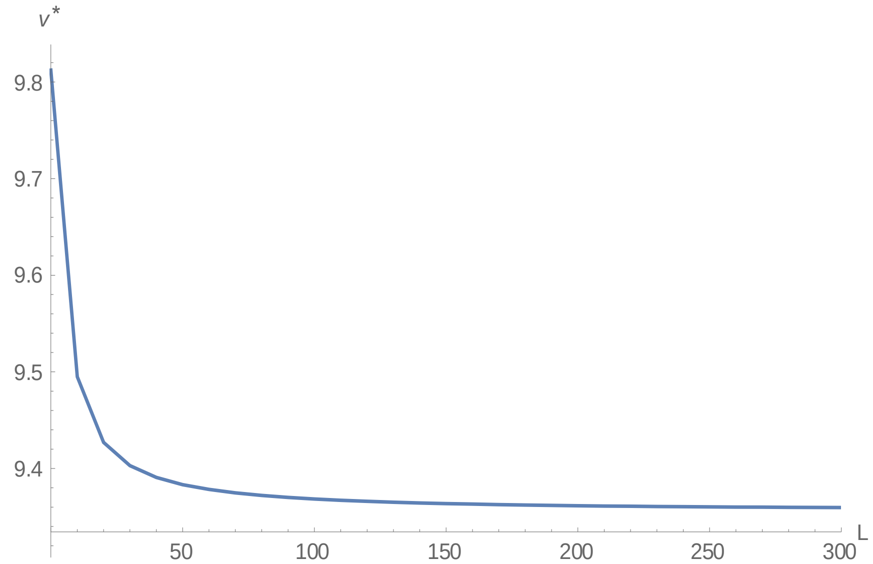

Рис. 4. График зависимости ставки самофинансирования от длины очереди

Представим результаты расчетов для случая б) при следующих значениях параметров:

C = 1 стоимость жилья

U = V = 0.012 вклады на депозит и кредитные выплаты,

u = 4.0% ставка внутреннего депозита,

d = 0.3 доля накопления достаточная для выдачи кредита,

ζ = 4% ставка внешнего депозита,

γ = 8% ставка внешнего кредита

На Рис.5 представлен график зависимости достаточного начального капитала m от длины очереди L (числа участников), L = 0, ..., 300

при различных значениях внутренней кредитной ставки v = 0, 1, ..., 8 % годовых

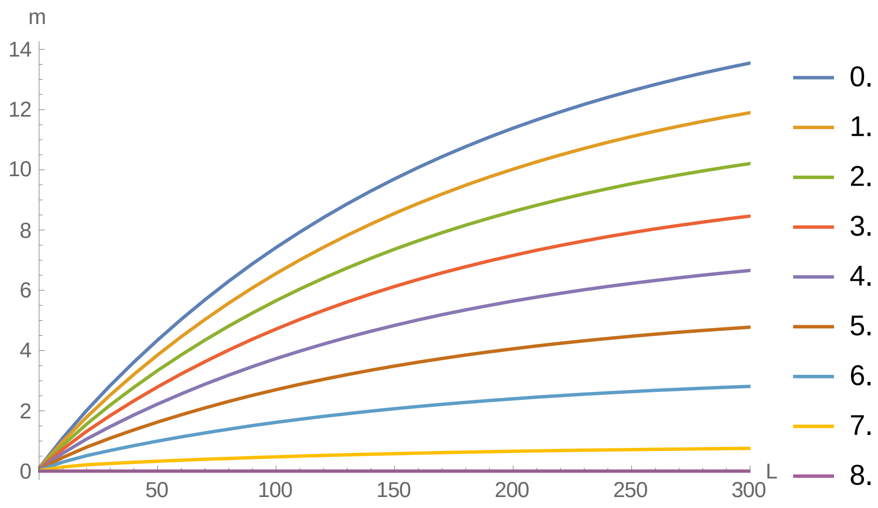

Рис. 5. Графики зависимостей достаточного начального капитала от длины очереди при различных значениях ставок внутренних кредитов

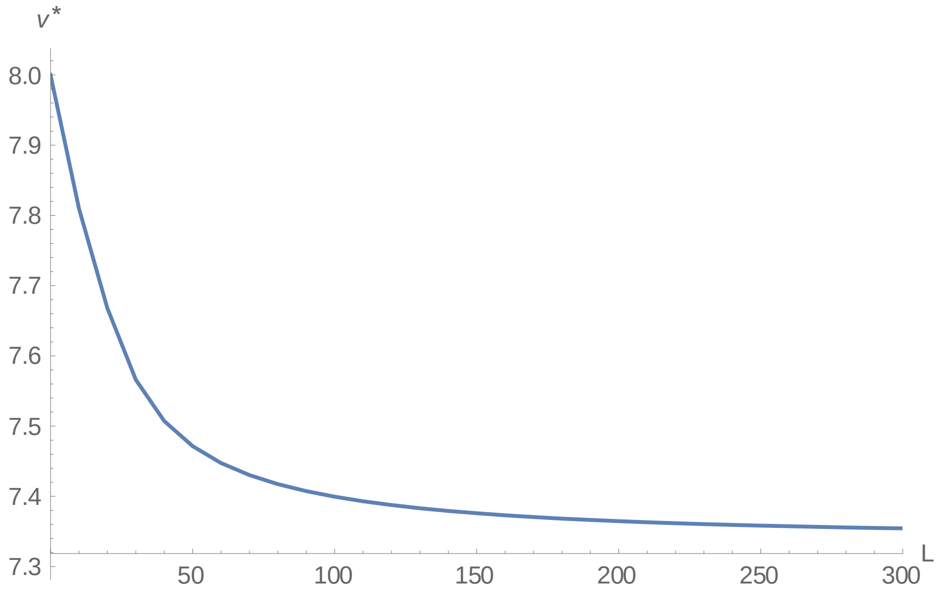

Рис. 6. График зависимости ставки самофинансирования от длины очереди

Представим результаты расчетов для случая б) при следующих значениях параметров:

C= 1 стоимость жилья

U = V = 0.012 вклады на депозит и кредитные выплаты,

u = 4.0% ставка внутреннего депозита,

d = 0.5 доля накопления достаточная для выдачи кредита,

ζ = 4.0% ставка внешнего депозита,

γ = 8% ставка внешнего кредита

На Рис.7 представлен график зависимости достаточного начального капитала m от длины очереди L (числа участников), L = 0, ..., 300

при различных значениях внутренней кредитной ставки v = 0, 1, ..., 8 % годовых

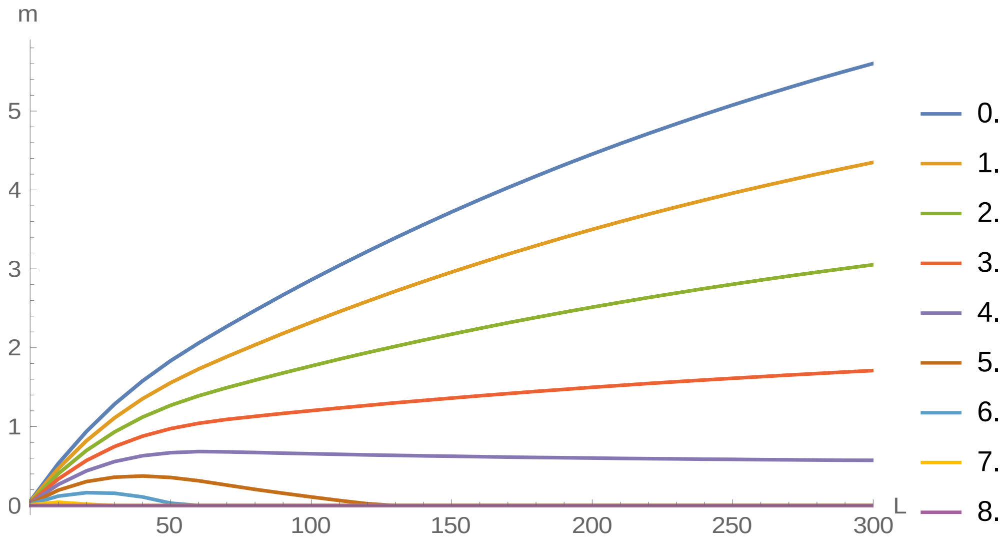

Рис. 7. Графики зависимостей достаточного начального капитала от длины очереди при различных значениях ставок внутренних кредитов

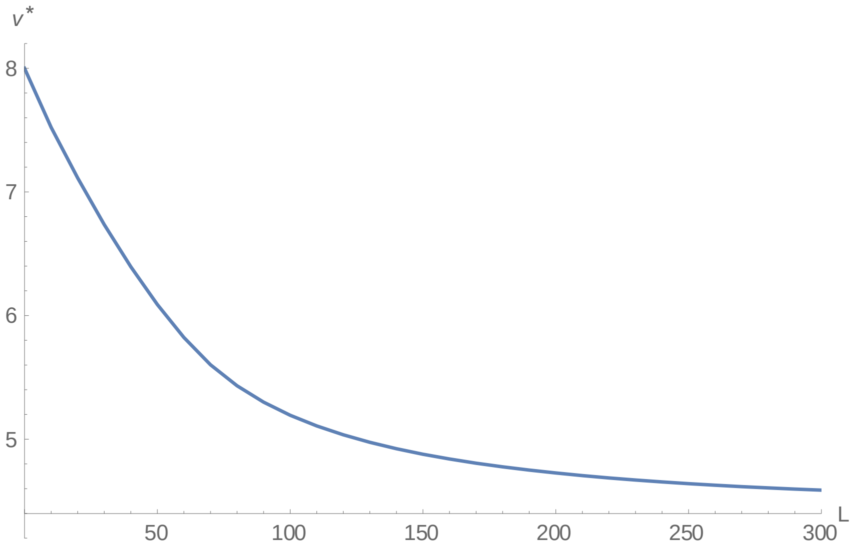

Рис. 8. График зависимости ставки самофинансирования от длины очереди

Заключение

Основной вывод: механизм субсидий демонстрирует высокую эффективность, в смысле уменьшения внутренних кредитных ставок и повышения привлекательности ипотечной коалиции.

Литература

1. *Гасанов И.И.* Организация ссудно-сберегательной кассы по принципу очереди. - М.: ВЦ РАН, 2006 г., 79С
2. *Гасанов И.И., Ерешко Ф.И.* Моделирование ипотечных механизмов с самофинансированием. М.: ВЦ РАН, 2007 г., 62 С.
3. *Сытов А.Н.*, Имитационные эксперименты с общей финансовой моделью жилищной коалиции. Вторая международная конференция "Управление развитием крупномасштабных систем". MLSD'2008. Доклады. ИПУ РАН, 1-3 октября 2008г. т.2, стр.136-138
4. *Байрамов О.Б, Сытов А.Н.* Имитационное моделирование процесса функционирования ссудно-сберегательной кассы в условиях кредитных рисков. Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD`2009): Материалы Третьей международной конференции (5-7 октября 2009 г., Москва, Россия). М.: Учреждение Российской академии наук Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2009, с. 236-238.
5. *Ерешко А.Ф., Сытов А.Н.* Стохастическая финансовая задача коалиции заемщиков в динамике. Труды Института системного анализа Российской Академии Наук. «Динамика линейных и нелинейных систем», том 31.1. М.: КомКнига, 2007.
6. *Ерешко Ф.И., Кочетков А.В., Сытов А.Н.* Механизмы реализации программы ипотечного кредитования. Четвёртая международная конференция "Управление развитием крупномасштабных систем". Доклады. ИПУ РАН, 2-4 октября 2010г. т.1
7. *Ерешко Ф.И., Гасанов И.И., Сытов А.Н.* Инструментарий параметрического программирования в модели финансовой *Коалиции* // Труды Института системного анализа Российской академии наук.–2019.–Т.69.–№2. –с. 28.-40.
8. *Ерешко Ф.И.* Финансовые модели и вычислительный инструментарий в задачах анализа инвестиций. Управление развитием крупномасштабных систем (Современные проблемы. Выпуск 2) под ред. Цвиркун А.Д. стр. 413-453, М.: Физматлит, 2015, 473 с.
9. *Ерешко Ф.И.* Модель финансовой Коалиции в динамике. Автоматика и Телемеханика, № 10, 2018. С.76-94.