

DOI:

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕСОВ ФИШБЕРНА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ РЕЙТИНГОВ С ГИБКОЙ СТРУКТУРОЙ

Сизых Д.С.,

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Россия, г. Москва
ул. Профсоюзная д.65*

*Институт Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
(НИУ ВШЭ), г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20
D.Sizykh@gmail.com*

Сизых Н.В.

*Институт Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
(НИУ ВШЭ), г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20
sizykh_n@mail.ru*

Аннотация: В работе исследуется возможность использования весов Фишберна для формирования гибких рейтингов конечными пользователями. В данном случае веса Фишберна применяются для указания потребительского предпочтения по различным факторам объекта рейтингования. Предложен алгоритм формирования гибких рейтингов. Практическая апробация проведена на примере инвестиционных показателей.

Ключевые слова: веса Фишберна, рейтинги, шкалирование, гибкие шалы, учет потребительских предпочтений.

Введение

При наличии большого массива данных сложно обобщить имеющуюся информацию, ее структурировать, выделить наиболее существенную информацию, отделить избыточную информацию и принимать правильные решения. При этом высока вероятность сделать ошибку, не учтя важные параметры (факторы). В вариантах избыточности или недостаточности информации именно рейтинги помогают выполнить начальный этап по систематизации данных и корректному их выбору для правильного принятия решений.

В данной работе представлены результаты исследования возможности предоставления конечным пользователям рейтинговых и информационных агентств специального сервиса для формирования своих рейтингов в зависимости от своей оценки весовых коэффициентов различных факторов, которыми оценивается рейтинговый объект. Данный сервис способен формировать гибкие рейтинги конечными пользователями. Рассмотрен вопрос применения весов Фишберна для указания потребительского предпочтения по различным факторам. Предложен алгоритм формирования гибких рейтингов. Практическая апробация проведена на примере инвестиционных показателей.

1 Особенности построения рейтингов

В настоящее время актуальной является потребность предоставления конечным потребителям возможности формирования своего рейтинга при выборе объектов и работе с большим количеством информации (различных оценок, характеристик объекта и пр.). Пользователи в зависимости от своих целей и предпочтений должны иметь возможность сформировать свой рейтинг объектов по имеющимся информационным оценкам и характеристикам. И на основе данного рейтинга принять решение по выбору предпочтительного для них объекта. Следует отметить, что рейтинговые агентства предоставляют информацию по рейтингу относительно одного основного, как правило интегрального показателя, выбранного самим агентством. При этом некоторые агентства предоставляют и дополнительную информацию, по которой построен интегральный показатель. Пользователи не имеют возможности самостоятельно сформировать свои рейтинги анализируемых объектов с учетом значимости для них приведенных агентством информационных данных [1-3].

Разрабатывается и применяется множество разнообразных рейтингов. В соответствие с количеством используемых критериев, по которым проводят ранжирование объектов рейтингования, выделяют рейтинги как однофакторные, так и многофакторные (рэнкинги). Имеются периодические и непериодические рейтинги. Рейтинги, как правило, формируются под определенные задачи и для определенных групп потребителей [1-5].

Различные агентства используют разные подходы и методики составления рейтингов (закрытая информация) и поэтому рейтинговые оценки достаточно часто не только не сопоставимы, но иногда и противоречивы. Один из самых ответственных этапов в построении рейтингов, который требует высокой квалификации от составителей, является этап оценки весовых коэффициентов каждого из

факторов, характеризующих объект рейтингования. После того, как выбраны характеристики, по которым оценивают объект, необходимо выяснить, насколько важен каждый из параметров наиболее, и численно оценить его значимость. Данный этап характеризуется высокой субъективностью составителей рейтингов. При этом конечные пользователи не имеют возможности изменить весовые коэффициенты важности факторов по своему предпочтению и составить свой рейтинг.

Основные методы расчета весовых коэффициентов выделенных факторов для оценки объектов рейтингования основаны на известных алгоритмах парного сравнения [6-9]. Данные алгоритмы учитывают либо фиксированные, либо плавающие показатели предпочтения критериев. Задача учета факторов усложняется при построении многомерных рейтингов. В этом случае наиболее оптимальным является применение весов Фишберна или их модификаций [6-10].

2 Использование весов Фишберна для построения гибких многомерных рейтингов

Для учета приоритета сортировки в соответствии с предпочтениями лица, запросившего рейтинг, рекомендуется использовать схему весов Фишберна [1,7,9,10]. При этом, принимается во внимание то, что системе убывающих по предпочтениям N факторов, характеризующих рейтинговый объект, наилучшим образом отвечает система весов, снижающихся по правилу арифметической прогрессии. Используем следующую формулу для расчета весовых коэффициентов критериев для членов убывающей арифметической прогрессии:

$$(1) p_i = \frac{2(N-i+1)}{(N+1)N}, i = 1..N,$$

Системе безразличных друг другу N альтернатив соответствует набор равных весов

$$(2) p_i = N^{-1}, i = 1..N,$$

Для расчета весовых коэффициентов критериев предлагается использовать формулу Фишберна (1) [10]. Согласно формуле (1) получаем, что коэффициент наибольшего предпочтения уровней важности критериев, т. е. показатель γ , равен числу критериев, линейно зависит от числа критериев, и не может быть изменен в процессе проведения расчетов:

$$(3) \gamma = \frac{p_1}{p_N} = N$$

Показатели важности критериев p_i , где $i = 1, \dots, N$, являются членами убывающей арифметической прогрессии с шагом равным единице ($\Delta = 1$). Использование формулы (1) предполагает, что все критерии являются членами линейно ранжированного ряда критериев, когда нет связанных критериев.

В общем виде, веса Фишберна представляют собой рациональные дроби, в знаменателе которых стоит сумма арифметической прогрессии N первых членов натурального ряда с шагом 1, а в числителе – убывающие на 1 элементы натурального ряда, от N до 1. То есть предпочтение по Фишберну выражается в убывании на единицу числителя рациональной дроби весового коэффициента более слабой альтернативы. Чтобы определить набор весов Фишберна для смешанной системы предпочтений, когда, наряду с предпочтениями, в систему входят отношения безразличия, необходимо определять числители r_i рациональных дробей по рекурсивной схеме:

$$(4) r_{i-1} = \begin{cases} r_i, F_{i-1} \approx F_i \\ r_i + 1, F_{i-1} > F_i \end{cases}$$

Можно увеличивать вес предпочтений. Например, если указан вес равный 2, то, при этом, числители r_i рациональных дробей по рекурсивной схеме определяются как:

$$(5) r_{i-1} = \begin{cases} r_i, F_{i-1} \approx F_i \\ r_i + 1, F_{i-1} > F_i \\ r_i + 2, F_{i-1} \gg F_i \end{cases}$$

При этом сумма полученных числителей и есть общий знаменатель дробей Фишберна:

$$(6) K = \sum_{i=1}^N r_i.$$

Предложенная система весов Фишберна для смешанных систем предпочтений является непротиворечивой. Например, для иллюстрации в табл.1 и табл.2 сведены дроби Фишберна для сортировки факторов, по предпочтениям лица, запросившего рейтинг.

Таблица 1. Система весов Фишберна для учета предпочтений по критериям оценки трех факторов, характеризующих объект рейтинга $N=3$

Схема предпочтений	Вес K1	Вес K2	Вес K3
$K1 \approx K2 \approx K3$	1/3	1/3	1/3
$K1 \} K2 \approx K3$	2/4	1/4	1/4
$K1 \approx K2 \} K3$	2/5	2/5	1/5
$K1 \} K2 \} K3$	3/6	2/6	1/6

Таблица 2. Система весов Фишберна для учета предпочтений по критериям оценки четырех факторов, характеризующих объект рейтинга $N=4$

Схема предпочтений	Вес R1	Вес R2	Вес R3	Вес R4
$K1 \approx K2 \approx K3 \approx K4$	1/4	1/4	1/4	1/4
$K1 \} K2 \approx K3 \approx K4$	2/5	1/5	1/5	1/5
$K1 \approx K2 \} K3 \approx K4$	2/6	2/6	1/6	1/6
$K1 \approx K2 \approx K3 \} K4$	2/7	2/7	2/7	1/7
$K1 \} K2 \} K3 \approx K4$	3/7	2/7	1/7	1/7
$K1 \approx K2 \} K3 \} K4$	3/9	3/9	2/9	1/9
$K1 \} K2 \approx K3 \} K4$	3/8	2/8	2/8	1/8
$K1 \} K2 \} K3 \} K4$	4/10	3/10	2/10	1/10

Можно устанавливать фиксированное, постоянное различие между показателями предпочтения критериев h линейно ранжированного ряда. При использовании рассматриваемого подхода пользователи сами в качестве исходных данных задают значения γ -коэффициента наибольшего предпочтения показателей важности критериев. При этом пользуются модифицированными весами Фишберна, в которой для расчета весовых коэффициентов критериев линейно ранжированного ряда используют следующее соотношение [10]:

$$(7)p_i = \frac{2 * (\gamma N - 1) - i(\gamma - 1)}{(N - 1) * (\gamma + 1) * N},$$

При $\gamma = N$ формула (7) после преобразований приобретает вид формулы (1). Формула (7) является более общей, поскольку позволяет определить весовые коэффициенты критериев линейно ранжированного ряда с учетом как количества критериев, так и значения γ -коэффициента наибольшего предпочтения показателей важности критериев. Поэтому данный подход к оценке весовых коэффициентов критериев линейно ранжированного ряда является более универсальным и позволяет проводить расчет весовых коэффициентов критериев с учетом запланированного значения γ .

3 Концепция «конструктора рейтингов» и пример практической реализации метода построения гибких рейтингов

Рассмотрим особенности и механизм построения многомерных гибких рейтинговых шкал на примере инвестиционных рейтингов (выбора управляющих компаний, выбора акций для инвестирования). В данном случае модель гибкого шкалирования позволяет пользователям выбрать значимые для них критерии (характеристики), указать порядок их предпочтений и получить свой рейтинговый список наиболее подходящих для них объектов. Таким образом, необходимо использовать модель для гибкого рейтингования объектов в зависимости от предпочтений потребителей. Процесс выбора потребительских предпочтений и процесс рейтингования объектов в зависимости от этих предпочтений должен быть простым, удобным, эффективным, точным и достаточно быстрым.

Концепция «конструктора рейтингов» включает конструктивные элементы рейтинга и набор правил для формирования рейтинга (соединения конструктивных элементов, их анализа, обработки, ранжирования объектов при формировании рейтинга).

Конструктивными элементами являются: значения оценки факторов, характеризующих анализируемый объект, единицы их измерения и диапазон различий. Для обработки значений оценок по факторам используется: нормирование значений оценок (если значения в различных единицах измерения), усреднение значений (среднее арифметическое и среднее взвешенное); расчет интегральных показателей по заранее приведенной формуле, расчет суммарных значений (как простая сумма или сумма с учетом весов).

При формировании многомерных рейтингов пользователь имеет возможность самостоятельно построить цепочку предпочтений по факторам, характеризующим объект рейтингования, то есть строится цепочка весовых коэффициентов по факторам. При построении многомерного рейтинга пользователю предъявляется перечень факторов, характеризующих объект рейтингования и предоставляется возможность сформировать цепочку предпочтений (весов), пользуясь для этого знаками > - предпочтения, >> - двойного предпочтения и ≈ равенства. Методика формирования цепочки предпочтений следующая:

Указываем наиболее предпочтительный фактор и ставим знак предпочтения >, потом указываем менее предпочтительный фактор относительно первого и ставим знак > и т.д.

Если пользователь считает, что какие-то факторы равнозначны для него, то между данными факторами ставится знак ≈.

Если наиболее предпочтительными являются два или более факторов, то выбираются данные факторами и между ними ставится знак ≈, а далее ставится знак предпочтения >;

Если разница между факторами более значительная, чем на «один шаг», то можно использовать двойной знак предпочтения >>.

После формирования цепочки предпочтений – формируются веса Фишберна и пересчитываются общие оценки по объекту рейтингования. Проводится расчет общей суммы оценок по факторам с учетом весов Фишберна, формируется интегральная оценка и составляется рейтинг относительно данного показателя: например, от максимального его значения к минимальному. При этом, если имеем одинаковый показатель общей суммы оценок по факторам с учетом весов Фишберна, то преимущество имеет тот объект рейтингования, у которого больше показатель наиболее предпочтительного фактора (предпочтение указано пользователем в выбранной цепочке предпочтений).

Рассмотрим возможные инвестиционные рейтинги акций телекоммуникационных компаний по семи факторам: F1 - мультипликатор P/E, F2 - доходность акций, F3 - дивидендная доходность акции; F4 – уровень рыночной капитализации; F5 – мультипликатор P/Book; F6 – мультипликатор P/Sales; F7 – мультипликатор P/Cash Flow. В таблице 3 приведены исходные данные по одиннадцати телекоммуникационным компаниям.

Таблица 3. Исходные данные для построения инвестиционного рейтинга по телекоммуникационным компаниям

2017 год	F1=P/E, ед.	F2=доходность акций, ед.	F3=дивидендная доходность акции, ед.	F4=Market Capitalization, млн, руб.	F5=P/Book, ед.	F6=P/Sales, ед.	F7=P/Cash Flow, ед.
América Móvil, S.A.B. de C.V	38,52	31,07	0,02	56875,65	5,77	1,09	5,91
BCE Inc.	18,47	10,46	0,05	43427,94	3,59	2,38	7,34
Bharti Airtel Limited	36,81	54,98	0,001	21572,67	2,07	1,47	5,92
KT Corporation	13,23	10,24	0,03	6946,35	0,63	0,32	1,91
Mobile TeleSystems	9,26	11,20	0,09	9166,64	4,39	1,22	3,73
MTN Group Limited	75,05	7,94	0,05	19816,61	2,65	1,85	6,60
Tele2 AB	20,18	32,20	0,04	6195,78	2,98	2,02	8,84

Telefónica, S.A.	14,68	5,09	0,05	50716,09	4,49	0,80	3,01
Telenor ASA	16,73	31,01	0,05	32072,67	4,57	2,11	6,27

Рассмотрим следующие цепочки предпочтений семи приведенных факторов, на основе которых в дальнейшем будут построены рейтинги:

- вариант 1 – это соотношение вида: $F1 > F2 > F3 > F4 > F5 > F6 > F7$,
вес фактора: 0,25, 0,214, 0,179, 0,143, 0,107, 0,071, 0,036
- вариант 2 – это соотношение вида: $F2 > F1 > F3 > F4 > F5 > F6 > F7$
вес фактора: 0,25, 0,214, 0,179, 0,143, 0,107, 0,071, 0,036
- вариант 3 – это соотношение вида: $F2 > F1 \approx F3 \approx F4 \approx F5 \approx F6 \approx F7$
вес фактора: 0,25, 0,125, 0,125, 0,125, 0,125, 0,125, 0,125
- вариант 4 – это соотношение вида: $F1 \approx F2 > F3 \approx F4 \approx F5 \approx F6 \approx F7$
вес фактора: 0,222, 0,222, 0,111, 0,111, 0,111, 0,111, 0,111

Графически изменение весов в зависимости от разных вариантов предпочтения приведено на рисунке 1.

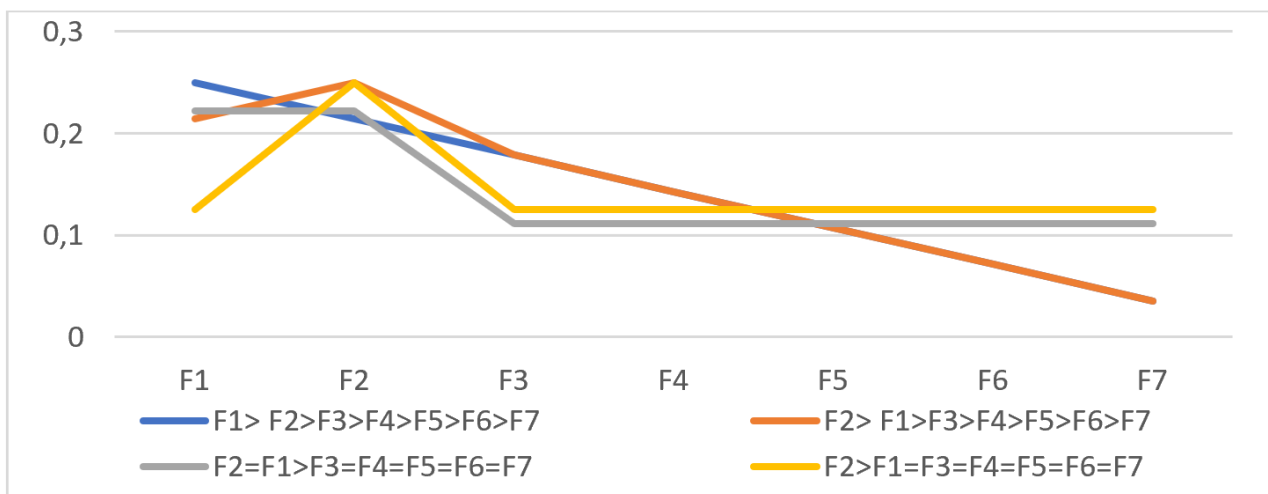


Рис. 1. График изменения весовых коэффициентов семи факторов оценки акций в зависимости от разных вариантов предпочтения инвесторов

Проведен расчет весовых факторов и рейтингового показателя по приведенным выше цепочкам и составлены рейтинги акций рассматриваемых телекоммуникационных компаний (см. таблицу 4).

Таблица 4. Рейтинговые показатели и место в рейтинге акций телекоммуникационных компаний по разным вариантам предпочтений факторов

Акции компаний	вариант 1		вариант 2		вариант 3		вариант 4	
	показатель	рейтинг	показатель	рейтинг	показатель	рейтинг	показатель	рейтинг
América Móvil, S.A.B. de C.V	0,594	1	0,596	1	0,6230	1	0,611	1
BCE Inc.	0,467	5	0,465	5	0,5421	4	0,509	6
Bharti Airtel Limited	0,503	4	0,521	4	0,5681	3	0,560	3
KT Corporation	0,191	9	0,191	9	0,1834	9	0,183	9
Mobile TeleSystems	0,409	7	0,412	7	0,4235	6	0,390	7
MTN Group Limited	0,554	2	0,523	3	0,5167	8	0,570	2
Tele2 AB	0,433	6	0,444	6	0,5408	5	0,511	5
Telefónica, S.A.	0,404	8	0,401	8	0,4030	7	0,380	8
Telenor ASA	0,518	3	0,531	2	0,5996	2	0,558	4

Рейтинги акций телекоммуникационных компаний в зависимости от предпочтений инвесторов различаются для некоторых компаний достаточно сильно. Например, акции компании MTN Group Limited по варианту предпочтений 1 занимают второе место, а по варианту предпочтений 3 занимают восьмое место.

Рассмотрим рейтинги управляющих инвестиционных компаний по следующим трем факторам: стоимость чистых активов фондов управляющих компаний, млн. руб., количество фондов под управлением, привлеченные средства, млн. руб.

Таблица 5. Исходные данные для рейтинга управляющих инвестиционных компаний (2017г)

№ п/п	F1≈F2≈F3	Показатель	F1>F2>F3	Показатель	F3>F1>F2	Показатель	F2>F1>F3	Показатель
1	Сбербанк Управление Активами	2,63	Сбербанк Управление Активами	0,9371	Сбербанк Управление Активами	0,815	Сбербанк Управление Активами	0,8779
2	Альфа-Капитал	1,65	Альфа-Капитал	0,5954	Пенсионные накопления	0,5785	Альфа-Капитал	0,5676
3	Райффайзен Капитал	1,54	Райффайзен Капитал	0,5795	Альфа-Капитал	0,503	Райффайзен Капитал	0,5547
4	Пенсионные накопления	1,33	Газпромбанк — Управление активами	0,4198	Райффайзен Капитал	0,4442	ВТБ Капитал Управление активами	0,5351
5	Газпромбанк — Управление активами	1,28	ВТБ Капитал Управление активами	0,4192	Газпромбанк — Управление активами	0,433	Газпромбанк — Управление активами	0,4432
6	ВТБ Капитал Управление активами	1,25	УРАЛСИБ	0,3462	ВТБ Капитал Управление активами	0,4093	Пенсионные накопления	0,4323
7	УРАЛСИБ	0,98	Пенсионные накопления	0,3112	УРАЛСИБ	0,3033	УРАЛСИБ	0,4121
8	ОТКРЫТИЕ	0,76	ОТКРЫТИЕ	0,2529	РСХБ Управление Активами	0,2509	ОТКРЫТИЕ	0,3567
9	РСХБ Управление Активами	0,68	РСХБ Управление Активами	0,2014	ОТКРЫТИЕ	0,2496	РСХБ Управление Активами	0,2645
10	Атон-менеджмент	0,53	Атон-менеджмент	0,1794	Атон-менеджмент	0,1728	Атон-менеджмент	0,2034
11	Система Капитал	0,45	Система Капитал	0,1724	Система Капитал	0,1262	Система Капитал	0,1738

Стоит обратить внимание, что в первом варианте предпочтений между факторами управляющая компания УК Пенсионные накопления занимала 4 место в рейтинге, а во втором варианте – седьмое место, а в третьем – второе.

Заключение

Проведенные исследования подтвердили возможность применения весов Фишберна для моделирования возможности предоставления конечным пользователям самим составлять свои рейтинги в зависимости от своих предпочтений. При этом весовые предпочтения конечных пользователей выражаются в виде заданных зависимостей на основе весов Фишберна. Для этой цели рекомендуется использовать модели расчета весов Фишберна. Таким образом, данные модели позволяют строить гибкие шкалы. Предложенная авторами технология построения гибких шкал

достаточно простая для ее автоматизации и разработки соответствующих цифровых сервисов, которым могут воспользоваться рейтинговые агентства или иные информационные и управляющие компании. Кроме того, процесс выставления потребительских предпочтений может иметь достаточно простой и понятный интерфейс для конечных пользователей.

Следует отметить, что предложенная модель построения гибких шкал позволит решить ряд актуальных современных проблем ориентации пользователей в многочисленных рейтингах, информация которых зачастую бывает достаточно противоречивой. К тому сервисы, использующие технологию гибких шкал, позволят привлечь больше пользователей к различным информационным ресурсам.

Литература

1. *Готовац С., Денисова М., Бобров А.* RMBC. Технологии рейтингов. Источник: Ремедиум www.remedium.ru адрес <http://md-consulting.ru/articles/html/article19.html>
2. *Зак Ю. А.* Прикладные задачи многокритериальной оптимизации. М.: Экономика, 2014. 455 с.
3. *Михайлов Я.В.* Управленческие решения. Пособие для управленцев-практиков. М.: Экономика, 2011. 143 с.
4. *Ногин В.Д.* Линейная свертка в многокритериальной оптимизации // Искусственный интеллект и принятие решений. 2014. № 4. С. 73-82.
5. *Ногин В.Д.* Принятие решений при многих критериях. СПб.: Изд-во Ютас, 2007. 104 с.
6. *Пикфорд Д.* Модель «игры во взвешивание» / Секреты инвестиционного дела, Олимп-Бизнес, 2006.
7. *Постников В. М., Спиридонов С. Б.* Выбор весовых коэффициентов локальных критериев на основе принципа арифметической прогрессии // Наука и образование. М.: МГТУ. Электрон. журн. 2015. № 9 DOI: 10.7463/0915.0802449.
8. *Салтыков С.А.* Экспериментальное сопоставление методов взвешенной суммы, теории полезности и теории важности критериев для решения многокритериальных задач с балльными критериями // Управление большими системами: сб. тр. 2010. Вып. 29. С.16-41.
9. *Спиридонов С.Б., Булатова И.Г., Постников В.М.* Анализ подходов к выбору весовых коэффициентов критериев методом парного сравнения критериев // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 9, №6 (2017) <https://naukovedenie.ru/PDF/16TVN617.pdf>
10. *Фишберн П.* Теория полезности для принятия решений. М.: Наука. 1978. 352 с.