DOI:

МЕХАНИЗМЫ УПРАВЛЕНИЯ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ С ДУАЛЬНОЙ СЕТЕВОЙ СТРУКТУРОЙ СВЯЗЕЙ АГЕНТОВ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМИРОВАННОСТИ

Еналеев А.К.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,

Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65

anverena@mail.ru

Аннотация: Рассматриваются задачи построения механизмов управления (процедур планирования и системы стимулирования), обеспечивающих сообщение достоверной информации агентами в Центр и выполнение ими планов как равновесных стратегий. Получены условия такого выбора стратегий в многосвязной организационной системе с двумя видами структур связей между агентами.

Ключевые слова: Согласование, принятие решений, равновесие, сеть, план, функции штрафов, неманипулируемость, правильные механизмы.

Введение

Процессы и правила принятия решений в системах с большим числом агентов, способных влиять на принимаемые решения другими агентами, являются предметом исследования теории игр [1,2], изучения коллективного выбора [3] и коллективного поведения [4], организационного управления [5-11] и др. Области этих исследований во многом пересекаются, но в то же время имеют определенную специфику, связанную с особенностями рассматриваемых моделей. В настоящей статье, опираясь на результаты этих направлений, в частности на [6-8], развиваются подходы и методы согласованного управления [12-15], применительно к сетевым организационным структурам [9,10,16].

Статья продолжает цикл исследований методов согласованного управления, представленных в предшествующих работах автора [12-15,17-22]. При разработке согласованных механизмов управления ставятся задачи определения дополнительных условий согласования, накладываемых на процедуры планирования, и требований к системам стимулирования агентов. Эти условия и требования таковы, что агенты, во-первых, мотивированы выполнять планы (выбираемые агентами состояния совпадают с установленными Центром планами) и, во-вторых, агентам выгодно сообщать в Центр достоверную информацию об известных им параметрах внешней среды или параметрах, характеризующих их цели и возможности по выбору состояний. Такие механизмы в теории организационного управления принято называть правильными [23]. Ставятся и решаются также задачи исследования оптимальности правильных механизмов, когда наложение дополнительных условий согласования не снижает его эффективность, в смысле обеспечения максимального гарантированного значения целевой функции Центра [12-15].

Исследование оптимальности правильных механизмов в игровой постановке начато в [12] для модели с полной информированностью Центра. Основополагающие результаты по исследованию условий сообщения информации впервые опубликованы в [2,6,13].

В [14,15, 17, 18] проведено объединение условий согласования, обеспечивающих правильность механизмов. Исследования правильных механизмов в [14,15] касались, по существу, систем, в которых имеется Центр и один агент. В [17] результаты этих исследований обобщены для систем, с так называемыми, слабосвязанными агентами [8,10]. Проблема построения процедур планирования, обеспечивающих неманипулируемость, для многоагентных систем в общем случае, когда выбор решения агентами связан общими ограничениями, решена только для частных случаев - проблем распределения ограниченного ресурса и проведения активной экспертизы [5,8,11]. Для моделей, в которых ограничения на выбор агентов описываются ориентированным графом без контуров, определяющим порядок предшествования принятия решений агентами, проблема построения оптимальных правильных механизмов исследовалась для случая полной информированности Центра в [16] и для случая неполной информированности Центра в [18,21].

В [19,20,22] рассмотрены модели, в которых связи между агентами, определяются их влиянием на целевые функции других агентов, в условиях полной информированности. В [19,20] определены условия выполнения планов в равновесиях по Нэшу и доминантных стратегиях, а в [22] для случая симметричной игры.

В настоящей статье для случая неполной информированности Центра исследуется модель, в которой связи ограничений на выбор решений агентами описываются ориентированным графом без контуров, а связи целевых функций агентов произвольным ориентированным графом. Дуги этого графа определяют попарно потери двух агентов от несовпадения взвешенных значений выбираемых решений этими агентами. Наличие отмеченных двух видов связей между агентами: по ограничениям и по целевым функциям агентов, мы называем дуальной структурой связей.

1 Описание модели и постановка задачи

Пусть в системе имеются Центр и n агентов. Предположим, что связи между агентами бывают двух типов и определяются, соответственно, двумя ориентированными графами.

Первый граф $G^1=(I, A^1)$ не имеет контуров. Здесь I – множество, состоящее из n вершин, соответствующих агентам, A^1 – множество дуг. Так как в G^1 нет контуров, примем такую нумерацию вершин, что для дуги $(i,j)\in A^1$ имеет место $j > i$. О возможности такой нумерации см. [23]. Для простоты предположим, что конечная вершина графа, в которую входит хотя бы одна дуга и ни одной не выходит, единственна и имеет номер n. Граф G^1 описывает связи между множествами $Y_i(\bar{y}^i, p_i)$ допустимых состояний (действий) агентов y_i, i=1,…,n. Множество допустимых состояний $Y_i(\bar{y}^i, p_i)$ зависит от действий $\bar{y}^i=\{y_j,\ j\in J_i\}$ предшествующих агентов $j\in J_i$, где J_i – множество номеров вершин графа G^1, от которых дуги направлены в вершину с номером i. Такое представление связей между агентами может определять последовательность их действий, например, описывать сборочное производство. Параметры p_i принимают значения на отрезках $p_i\in[p_i^L, r_i^U]$. Зависимость множеств от параметра p_i определяет следующее свойство, $Y_i(\bar{y}^i, p_i^1)\subseteq Y_i(\bar{y}^i, p_i^2)$, если $p_i^1\le p_i^2$. Будем считать, что множества $Y_i(\bar{y}^i, p_i)$ компактны и $Y_i(\bar{y}^i, p_i)\subset Y$ где Y – компактное множество с заданной топологией.

Второй граф $G^2=(I, A^2)$ отражает связи между целевыми функциями агентов.

Целевые функции агентов представим в виде $f_i(x_i, y_i, \bar{y}_{-i}, r_i)=h_i(y_i, r_i)-\chi_i(x_i, y_i)-\sum\limits_{j\ne i}\lambda_{ij}(k_{ij}y_j, y_i)$, где x_i – назначаемый агенту центром план; $\bar{y}_{-i}=(y_1,...,y_{i-1},y_{i+1},...,y_n)$ – действия всех агентов за исключением i-го агента; r_i – параметр функции дохода $h_i(y_i,r_i)$ агента, $r_i\in[r_i^L, r_i^U]$; $\chi_i(x_i, y_i)$ – функция штрафа за отклонение действия агента от назначенного Центром плана; $\lambda_{ij}=\lambda_{ij}(k_{ij}y_j, y_i)\ge 0$ – функции потерь за отклонение решения y_i от взвешенного решения $k_{ij}y_j$ агента с номером j, где k_{ij} – заданные коэффициенты, характеризующие соответствие решений y_i и y_j агентов i и j, $\lambda_{ij}(y_i, y_i)=0$. Пусть $\chi_i(x_i, y_i)\ge 0$, $\chi_i(y_i, y_i)=0$, а коэффициенты k_{ij} таковы, что $k_{ij}y_j\in Y$, k_{ii}=1.

Заметим, что потери агентов $\lambda_{ij}=\lambda_{ij}(k_{ij}y_j, y_i)$ соответствуют дугам графа $G^2=(I, A^2)$. Значения λ_{ij}, приписываемые дугам в графе G^2 могут, например, отражать потери от некомплектности наборов изделий, производимых агентами. В совокупности свойства графов G^1 и G^2 определяют дуальную структуру связей агентов.

Целевую функцию Центра обозначим $F(\bar{x},\bar{y})$, где $\bar{x}=(x_1,...,x_n)$, $\bar{y}=(y_1,...,y_n)$. Примем, что Центр несет определенные потери при невыполнении агентом установленного ему плана. Это свойство отразим выполнением неравенств $F(\bar{x},\bar{y})\le F((y_i,\bar{x}_{-i}),\bar{y})$, где $(y_i,\bar{x}_{-i})=(x_1,...,y_i,...,x_n)$, для всех i=1,…,n. Потери центра равны $F((y_i,\bar{x}_{-i}),\bar{y})-F(\bar{x},\bar{y})\ge 0$.

Предположим, что все введенные функции таковы, что существуют их экстремумы, используемые ниже. Для этого достаточно полунепрерывности $h_i(y_i, r_i)$ и $F(\bar{x},\bar{y})$ сверху, а также полунепрерывности $\chi_i(x_i, y_i)$ и $\lambda_{ij}(k_{ij}y_j, y_i)$ снизу по всем переменным x_i, $y_i\in Y$, i=1,…,n.

Введем предположения об информированности центра и агентов. Пусть агенты знают значения своих параметров p_i и r_i, а Центр знает лишь значения границ отрезков $T_i=[t_i^L, t_i^U]$ возможных значений параметров p_i и $S_i=[s_i^L, s_i^U]$ возможных значений параметров r_i, где $p_i\in[p_i^L, p_i^U]\in[t_i^L, t_i^U]$ и $[r_i^L, r_i^U]\in[s_i^L, s_i^U]$. Считается, что в остальном вся информация о системе является общим знанием для всех агентов и Центра.

Порядок функционирования рассматриваемой системы заключается в следующем.

Центр делает первый ход, т.е. назначает и сообщает агентам механизм управления, включающий систему функций штрафов $\bar{\chi}=(\chi_i(x_i, y_i),\ i=1,...,n)$, процедуры планирования

$\bar{x}(.,.) = (x_i(\bar{t}, \bar{s}, \bar{x}_{-i}), i = 1,...n)$, определяемые отображениями $x_i(.,.,\bar{x}^i) : E \to Y$, где $E = \prod_{i=1,...,n} E_i$ $E_i \subseteq T_i \times S_i$ и $(p_i, r_i) \in E_i$, E_i – компактно. Аргументом этого отображения является доступная Центру информация о значениях параметров p_i и r_i. Мы в этой статье примем, что такой информацией является сообщение агентами оценок t_i и s_i о значениях соответствующих параметров p_i и r_i. Заметим, что, вообще говоря, $t_i \neq p_i$, $s_i \neq r_i$.

Второй ход осуществляют агенты. Он состоит из двух этапов. На первом этапе агенты в порядке нумерации сообщают оценки t_i и s_i,. Отметим, что при сообщении оценок i-му агенту известны планы $\bar{x}^i$ предшествующих агентов, вычисленных на основе назначенной центром процедуры планирования. На основе значений этих оценок и принятым процедурам планирования $\bar{x}(.,.,\bar{x}_{-i})$ i-й агент получают план x_i. На втором этапе агенты при назначенных всем агентам планах выбирают свои действия y_i.

Предполагается, что при реализации второго хода агенты действуют рационально, т.е. стремятся максимизировать свой выигрыш, который определяется их целевыми функциями при заданных планах. Опишем формально такое поведение агентов. Пусть задан механизм $\mu = (\bar{x}(.,.), \chi(.,.))$, включающий процедуры планирования и функции штрафов всех агентов.

Агенты при заданных планах в порядке их нумерации выбирают состояния y_i^* из условий

$$(1)\quad y_i^* \in Z_i(x_i, \bar{y}_{-i}^*, p_i, r_i) = \operatorname{Arg} \max_{y_i \in Y_i(\bar{y}^{*i}, p_i)} f_i(x_i, y_i, \bar{y}_{-i}^*, r_i).$$

Выражения (1) определяют равновесные стратегии агентов с последовательным принятием решений в иерархических структурах и связаны с определением равновесия, рассматриваемого в [1]. Описание равновесия при последовательном выборе агентами стратегий для графа без контуров приведено также в [18].

Пусть зафиксированы значения планов $\bar{x}$. Рассмотрим показатель $\kappa_\mu(\bar{x}, \bar{p}, \bar{r}) = \inf_{\bar{y}^* \in Z_\mu(\bar{x}, \bar{p}, \bar{r})} F(\bar{x}, \bar{y}^*)$, определяющий гарантированное значение целевой функции Центра после выбора агентами равновесных состояний при заданных планах $\bar{x}$ и системе штрафов $\bar{\chi}$ на множестве $Z_\mu = Z_\mu(\bar{x}, \bar{p}, \bar{r})$ состояний всех агентов, удовлетворяющих условию (1). Свойства некоторых равновесий из множества Z_μ является предметом последующего исследования.

Обозначим $\varphi_i(x_i, \bar{y}_{-i}^*, p_i, r_i) = \max_{y_i \in Y_i(\bar{y}^{*i}, p_i)} f_i(x_i, y_i, \bar{y}_{-i}^*, r_i)$ значение целевой функции агента после выбора всеми агентами состояний. Заметим, что план x_i по определению процедуры планирования зависит от сообщаемых оценок p_i , r_i и планов остальных агентов $\bar{x}_{-i}$, поэтому $\varphi_i(x_i, \bar{y}_{-i}^*, p_i, r_i) = \varphi_i(x_i(t_i, s_i, \bar{x}_{-i}), \bar{y}_{-i}^*, p_i, r_i)$. Поведение агентов при сообщении оценок t_i и s_i определяется их стремлением получить максимальное значение $\varphi_i(x_i(t_i, s_i, \bar{x}_{-i}), \tilde{\bar{y}}_{-i}^*, p_i, r_i)$ при $(t_i, s_i) \in E_i$, где $\tilde{\bar{y}}_{-i}^*$ – представление (предположение) агента о выборе действий другими агентами. Ниже при анализе равновесия будем принимать гипотезы о таких представлениях агентов и давать обоснование этих гипотез.

Пусть $R_\mu(\bar{p}, \bar{r})$ – множество равновесий в игре n агентов, стратегиями в которых являются пары сообщений агентов

$$(2)\quad (t_i^*, s_i^*) = \arg \max_{(t_i, s_i) \in E_i} \varphi_i(x_i(\bar{t}, \bar{s}, \bar{x}_{-i}), \tilde{\bar{y}}_{-i}^*, p_i, r_i).$$

Обозначим $K_\mu(\bar{p}, \bar{r}) = \inf_{(\bar{t}, \bar{s}) \in R_\mu(\bar{p}, \bar{r})} \kappa_\mu(\bar{x}(\bar{t}, \bar{s}), \bar{p}, \bar{r}) = \inf_{(\bar{t}, \bar{s}) \in R_\mu(\bar{p}, \bar{r})} \inf_{\bar{y}^* \in Z_\mu(\bar{x}(\bar{t}, \bar{s}), \bar{p}, \bar{r})} F(\bar{x}(\bar{t}, \bar{s}), \bar{y}^*)$

показатель эффективности для фиксированного механизма $\mu = (\bar{x}(.,.), \chi(.,.))$ и заданной конфигурации допустимых значений параметров $\bar{p}, \bar{r}$.

Введенные выше понятия равновесия требуют дополнительного уточнения. В особенности это касается множества $R_\mu(\bar{p}, \bar{r})$, т.к. требуется определить какой информацией пользуется каждый агент о стратегиях остальных агентов при выборе действий и сообщении информации. Проблема существенно упрощается, если агенты имеют основания предполагать, что остальные агенты будут сообщать достоверную информацию и выбирать состояния, совпадающие с назначенными планами. Механизмы, стимулирующие такое поведение принято называть правильными. В [15] для случая единственного агента и для некоторых более простых моделей многоагентных систем по сравнению с рассматриваемой моделью [17,18] доказана оптимальность правильных механизмов. Для рассматриваемой модели с дуальной структурой связей правильные механизмы не исследованы.

Постановка задачи. Охарактеризовать правильные механизмы, т.е. определить условия, которым должны удовлетворять процедуры планирования и функции штрафов, для того, чтобы из (1) и (2) следовало $\bar{y}^* = \bar{x}$ и $\bar{t}^* = \bar{p}$, $\bar{s}^* = \bar{r}$.

2 Правильные механизмы и условия согласования

Примем гипотезы о благожелательности агентов, которые отражают отсутствие немотивированного противодействия агента по отношению к другим агентам и Центру.

Первая гипотеза относится к этапу выбора агентами своих состояний при заданном плане, удовлетворяющем (1). Она означает, что $y_i^* = x_i$, если $x_i \in Z_i(x_i, \bar{y}_{-i}^*, p_i, r_i)$, т.е. если состояние, равное плану, удовлетворяет условию (1), то оно будет выбрано агентам независимо от наличия других состояний y_i таких, что $y_i \in Z_i(x_i, \bar{y}_{-i}^*, p_i, r_i)$. Выполнение этого условия может быть обеспечено Центром, путем включения в целевую функцию агента даже небольших дополнительных поощрений за выполнение плана.

Вторая гипотеза благожелательности аналогична первой, но относится к этапу сообщения агентом в Центр информации. Она означает, что $t_i^* = p_i$ и $s_i^* = r_i$, т.е. агенты сообщают достоверную информацию , если $(p_i^*, r_i^*) \in \operatorname{Arg} \max\limits_{(t_i, s_i) \in E_i} \varphi_i(x_i(\bar{t}, \bar{s}, \bar{x}_{-i}), \tilde{\bar{y}}_{-i}^*, p_i, r_i)$.

Рассмотрим множество планов агента, назначение которых приводит к совпадению выбранного агентом состояние с планом при условии выбора состояний остальных агентов $\bar{y}_{-i}$:

$$P_i(\bar{y}_{-i}, p_i, r_i) = \{x_i \in Y_i(\bar{y}^i, p_i) | h_i(x_i, r_i) - \sum_{j=1\ \ j \neq i}^{n} \lambda_{ij}(k_{ij} y_j, x_i) \geq$$

$$\geq h_i(y_i, r_i) - \chi_i(x_i, y_i) - \sum_{j=1\ \ j \neq i}^{n} \lambda_{ij}(k_{ij} y_j, y_i),\ \forall y_i \in Y_i(\bar{y}^i, p_i)\}.$$

Механизм планирования, обеспечивающий выполнение условий $x_i \in P_i(\bar{x}_{-i}, p_i, r_i)$ для всех агентов при условии выбора всеми остальными агентами состояний, совпадающих с планами, является правильным и определяет множество планов *X*, являющихся равновесиями по Нэшу [19,20]. В этом равновесии выбираемые всеми агентами состояния совпадают с планами. Представляют интерес механизмы для которых

$$(3) \qquad P_i(\bar{y}_{-i}^*, p_i, r_i) = \bigcup_{x_i \in Y_i(\bar{y}^{i*}, p_i)} Z_i(x_i, \bar{y}_{-i}^*, p_i, r_i),$$

т.е. все выбираемые состояния y_i^* агента содержатся в $P_i(\bar{x}_{-i}, p_i, r_i)$. В [12,15] доказано, что при условии (3) и выполнении первой гипотезы благожелательности $y_i^* = x_i$. Условие (3) означает, что для заданной целевой функции агента множество $P_i(\bar{x}_{-i}, p_i, r_i)$ максимально широко. Поэтому механизм, при котором выполнено (3), назовется максимально согласованным (МС). Обозначим $P_i^{\text{МС}}(\bar{y}_{-i}, p_i, r_i)$ множество планов $P_i(\bar{y}_{-i}, p_i, r_i)$, для которого справедливо (3). В [12] показано, что в случае полной информированности Центра, когда ему известны значения p_i и r_i, условие (3) справедливо, если функция штрафов $\chi_i(x_i, y_i)$ удовлетворяет неравенству «треугольника» $\chi_i(x, v) + \chi_i(v, y) \geq \chi_i(x, y)$. Обозначим $X^{\text{МС}}(\bar{p}, \bar{r})$ множество планов $\bar{x}$, когда справедливо

$$(4)\qquad P_i(\bar{x}_{-i}, p_i, r_i) = \bigcup_{x_i \in Y_i(\bar{x}^i, p_i)} Z_i(x_i, \bar{x}_{-i}, p_i, r_i),$$

т.е. условия максимальной согласованности выполнено совместно для планов всех агентов.

Для правильности механизма в рассматриваемом здесь случае неопределенности Центра дополнительно необходимо обеспечить сообщение агентами достоверных данных. В [13] показано, что для этого необходимо и достаточно, чтобы используемая в механизме процедура планирования $x_i^{\text{РС}}(t_i, s_i, \bar{y}^i)$ удовлетворяла условиям совершенного согласования (РС), которые для рассматриваемой модели принимают вид

$$(5)\qquad \varphi_i(x_i^{\text{РС}}(\bar{t}, \bar{s}, \bar{y}_{-i}), \bar{y}_{-i}, t_i, s_i) = \max_{x \in X_i^{\text{РС}}(\bar{t}_{-i}, \bar{s}_{-i}) \bigcap Y_i(\bar{y}^i, t_i)} \varphi_i(x, \bar{y}_{-i}, t_i, s_i),$$

где $X_i^{\text{РС}}(\bar{t}_{-i}, \bar{s}_{-i})$ – устанавливаемое Центром компактное множество планов, характеризующее конкретную процедуру планирования. Выбором этого множества Центр может задавать конкретную процедуру совершенно согласованного планирования.

Сочетанием условий МС (4) и РС (5) определим МРС процедуры планирования:

$$(6)\qquad \varphi_i(x_i^{\text{МРС}}(\bar{t}, \bar{s}, \bar{y}_{-i}), \bar{y}_{-i}, t_i, s_i) = \max_{x \in X_i^{\text{РС}}(\bar{t}_{-i}, \bar{s}_{-i}) \bigcap P_i(\bar{y}_{-i}, t_i, s_i)} \varphi_i(x, \bar{y}_{-i}, t_i, s_i).$$

Если механизм правильный, то механизма соотношения (6) должны быть справедливы при выполнении планов всеми агентами

$$(7)\qquad \varphi_i(x_i^{\text{МРС}}(\bar{t}, \bar{s}, \bar{x}_{-i}), \bar{x}_{-i}, t_i, s_i) = \max_{x \in X_i^{\text{РС}}(\bar{t}_{-i}, \bar{s}_{-i}) \bigcap P_i(\bar{x}_{-i}, t_i, s_i)} \varphi_i(x, \bar{x}_{-i}, t_i, s_i).$$

Возникает вопрос. В каких случаях из выполнения условия МРС (7) следует правильность механизма.

Ответ на этот вопрос получен для случая полной информированности Центра в [19,20]. Когда $\bar{p}, \bar{r}$ известны Центру, определены условия выполнения агентами установленных им планов как равновесия по Нэшу и в доминантных стратегиях .

Теорема 1. Условия существования в двухэтапной игре равновесия по Нэшу в двухэтапных стратегиях, обеспечивающих выполнение планов и сообщение достоверных данных:

1) Функции штрафов имеют вид $\chi_i^c(x_i, y_i) = c_i > 0$, если $y_i \neq x_i$, и $\chi_i^c(x_i, y_i) = 0$, если $y_i = x_i$;
2) $Y_i(\bar{x}^i, t_i^1) \subseteq Y_i(\bar{x}^i, t_i^2)$, если $t_i^1 \le t_i^2$;
3) $P_i(\bar{x}_{-i}, t_i, s_i^1) \subseteq P_i(\bar{x}_{-i}, t_i, s_i^2)$, если $s_i^1 \le s_i^2$;
4) $X^{\text{МС}}(\bar{t}, \bar{s}) \neq \varnothing$ при всех допустимых $\bar{t}, \bar{s}$.
5) $\forall i = 1, \dots, n \ \exists X_i^{\text{РС}}(\bar{t}_{-i}, \bar{s}_{-i})$ такие, что $X_i^{\text{РС}}(\bar{t}_{-i}, \bar{s}_{-i}) \bigcap P_i(\bar{x}_{-i}, t_i, s_i) \neq \varnothing$ для всех допустимых значений $\bar{t}$, $\bar{s}$ и справедливо (7);

Доказательство. Заметим, что рассматриваемый механизм максимально согласован вследствие выполнения неравенств «треугольника» для функций штрафов [12,15]. Тогда при любом плане $x_i \in Y_i(\bar{y}^i, p_i)$ выбираемое агентом состояние равно $y_i^* \in P_i(\bar{y}_{-i}, p_i, r_i)$. Более того, $f_i(x_i, y_i^*, \bar{y}_{-i}, r_i) \le f_i(y_i^*, y_i^*, \bar{y}_{-i}, r_i)$ при всех $\bar{y}_{-i}$. Следовательно, центру выгодно выбирать план $x_i = y_i^*$. Следовательно, из $\bar{x} \in X^{\text{МС}}(\bar{p}, \bar{r})$ следует $\bar{y}^* = \bar{x}$.

Рассмотрим различные варианты, когда сообщения могут быть не равны параметрам агентов, включая $t_i \neq p_i$ и/или $s_i \neq r_i$.

а) Пусть сообщения агента i удовлетворяют неравенствам $t_i \le p_i$ и $s_i \le r_i$. Сравним максимальные значения целевой функции агента в этом случае с целевой функцией агента при сообщении достоверной информации. Из условий 2) и 3) теоремы следует $P_i(\bar{x}_{-i}, t_i, s_i) \subseteq P_i(\bar{x}_{-i}, p_i, r_i)$. Тогда верно

$$(8)\qquad \varphi_i(x_i^{\text{МРС}}(\bar{t}, \bar{s}, \bar{x}_{-i}), \bar{x}_{-i}, p_i, r_i) \le \max_{x \in X_i^{\text{РС}}(\bar{t}_{-i}, \bar{s}_{-i}) \bigcap P_i(\bar{x}_{-i}, t_i, s_i)} \varphi_i(x, \bar{x}_{-i}, p_i, r_i) \le$$

$$\leq \max_{x \in X_i^{\mathrm{PC}}(\bar t_{-i}, \bar s_{-i}) \cap P_i(\bar x_{-i}, p_i, r_i)} \varphi_i(x\ , \bar x_{-i}, p_i, r_i) = \varphi_i(x_i^{\mathrm{MPC}}(\bar t_{-i}, p_i, \bar s_{-i}, r_i, \bar x_{-i}), \bar x_{-i}, p_i, r_i).$$

b) Пусть $t_i \leq p_i$ и $s_i \geq r_i$. Для этого варианта возможны два случая. В первом случае, когда $P_i(\bar x_{-i}, t_i, s_i) \subseteq P_i(\bar x_{-i}, p_i, r_i)$ справедлива цепочка неравенств (8). Во втором случае $P_i(\bar x_{-i}, t_i, s_i) \supset P_i(\bar x_{-i}, p_i, r_i)$. Обозначим $\Delta = P_i(\bar x_{-i}, t_i, s_i) \setminus P_i(\bar x_{-i}, p_i, r_i) \neq \varnothing$. Пусть существует план $x_i^* \in \Delta$ такой, что $\varphi_i(x_i^*, \bar x_{-i}, t_i, s_i) = \max_{x \in X_i^{\mathrm{PC}}(\bar t_{-i}, \bar s_{-i}) \cap P_i(\bar x_{-i}, t_i, s_i)} \varphi_i(x\ , \bar x_{-i}, t_i, s_i)$. Рассмотрим $\varphi_i(x_i^*, \bar x_{-i}, p_i, r_i)$. В силу максимальной согласованности значение $\varphi_i(x_i^*, \bar x_{-i}, p_i, r_i)$ целевой функции агента достигается при некотором $y_i^* \in P_i(\bar x_{-i}, p_i, r_i)$. Это означает $\varphi_i(x_i^*, \bar x_{-i}, p_i, r_i) \leq \varphi_i(y_i^*, \bar x_{-i}, p_i, r_i)$. Следовательно, существует план $x_i^{**} \in P_i(\bar x_{-i}, p_i, r_i)$, быть может равный y_i^*, для которого при сообщении достоверной информации агент получит больший выигрыш, чем при плане $x_i^* \in \Delta$. Множество $X_i^{\mathrm{PC}}(\bar t_{-i}, \bar s_{-i})$ подбирается таким образом, чтобы $x_i^{**} \in X_i^{\mathrm{PC}}(\bar t_{-i}, \bar s_{-i})$.

c) Пусть $t_i \geq p_i$ и $s_i \leq r_i$. Как и в пункте b) доказательства возможны два случая. В первом $P_i(\bar x_{-i}, t_i, s_i) \subseteq P_i(\bar x_{-i}, p_i, r_i)$. Доказательство сообщения достоверной информации и выполнения планов основывается на цепочке неравенств (8). Если же $P_i(\bar x_{-i}, t_i, s_i) \supset P_i(\bar x_{-i}, p_i, r_i)$, то доказательство аналогично второму случаю варианта b).

d) Пусть $t_i \geq p_i$ и $s_i \geq r_i$, тогда $P_i(\bar x_{-i}, t_i, s_i) \supset P_i(\bar x_{-i}, p_i, r_i)$ и доказательство повторяет второй случай пункта b).

Из доказательства рассмотренных вариантов a) - d) следует, что во всех случаях каждому агенту выгодно сообщать достоверные данные и выполнять план. Теорема доказана.

Заметим, что при выполнении условий теоремы 1 выражение для показателя эффективности приобретает более простой вид $K_\mu(\bar p, \bar r) = F(\bar x(\bar t, \bar s), \bar x)$.

Рассмотрим частный случай модели. Пусть

$$h_i(y_i, r_i) = e_i y_i - \zeta_i(y_i, r_i), \tag{9}$$

где $e_i>0$, $0 \leq y_i \leq y_i^{\mathrm{U}}$; $\zeta_i(y_i, r_i)$ – функции затрат, такие что

$$\zeta'_{iy}(y_i,\ r_i) > 0,\ \zeta''_{iyy}(y_i,\ r_i) > 0,\ \zeta'_{ir}(y_i,\ r_i) < 0,\ \zeta''_{iyr}(y_i,\ r_i) < 0 \tag{10}$$

и все указанные производные существуют на рассматриваемых областях определения функции затрат. В [15] доказано, что для $h_i(y_i, r_i)$, удовлетворяющих этим свойствам условие 3) теоремы 1 выполняется.

Следствие. Теорема 1 справедлива, если условие 3) в ней заменить на (9) и (10).

Пусть функции штрафов имеют вид

$$\chi_i(x_i, y_i) = \chi_i^0(x_i, y_i) + \sum_{j \neq i,\ j=1}^{n} \delta_{ij}(x_i, y_i), \tag{11}$$

где $\delta_{ij}(y_j, y_i) \geq \theta_{ij}(y_j, y_i) = \max_{z \in Y}[\lambda_{ij}(z, y_i) - \lambda_{ij}(z, y_j)]$, $\chi_i^0(x_i, y_i) = \begin{cases} c_i, \text{ если } y_i \neq x_i \\ 0, \text{ если } y_i = x \end{cases}$. Здесь $\theta_{ji}(.,.)$ – показатель максимального роста функции потерь *i*-го агента при отклонении его решения от выбора *j*-го агента [15, 20].

Теорема 2. Если для всех агентов функции штрафов имеют вид (7),

A) $x_i \in P_i^0(\bar x^i, t_i, s_i) = \{x \in Y_i(\bar x^i, t_i) | h_i(x, s_i) \geq h_i(y_i, s_i) - \chi_i^0(x, y_i),\ y_i \in Y_i(\bar x^i, t_i)\}$;

B) $Y_i(\bar x^i, t_i^1) \subseteq Y_i(\bar x^i, t_i^2)$, если $t_i^1 \leq t_i^2$;

C) $P_i^0(\bar x^i, t_i\ , s_i^1) \subseteq P_i^0(\bar x^i, t_i\ , s_i^2)$, если $s_i^1 \leq s_i^2$;

D) $\forall i = 1, \dots, n\ \exists X_i^{\mathrm{PC}}(\bar t_{-i}, \bar s_{-i})$ такие, что $X_i^{\mathrm{PC}}(\bar t_{-i}, \bar s_{-i}) \cap P_i^0(\bar x^i, t_i\ , s_i\ ) \neq \varnothing$ для всех допустимых значений $\bar t$, $\bar s$ и справедливо (7), то $\bar t = \bar p$, $\bar s = \bar r$, $\bar y^* = \bar x$ как доминантные стратегии.

Доказательство. В соответствии с теоремой 3 из [19], если $x_i \in P_i^0(\bar{x}^i, p_i, r_i) = \{x \in Y_i(\bar{x}^i, p_i) | h_i(x, s_i) \ge h_i(y_i, s_i) - \chi_i^0(x, y_i),\ y_i \in Y_i(\bar{x}^i, p_i)\}$ для всех агентов, то $\bar{y}^* = \bar{x}$ являются доминантными стратегиями агентов. Обратим внимание, что множества $P_i^0(\bar{x}^i, p_i, r_i)$ зависят только от совокупности планов предшествующих агентов $\bar{x}^i$, а не от $\bar{x}_{-i}$.

Максимальные значения целевых функций агентов при выборе плана из множества $P_i^0(\bar{x}^i, p_i, r_i)$ зависит также только от $\bar{x}^i$ вследствие того, что $\varphi_i(x_i, \bar{y}^*_{-i}, p_i, r_i) = \max_{y_i \in Y_i(\bar{y}^{*i}, p_i)} f_i(x_i, y_i, \bar{y}^*_{-i}, r_i) =$

$$= \max_{y_i \in Y_i(\bar{y}^{*i}, p_i)} [h_i(y_i, r_i) - \chi_i^0(x_i, y_i) - \sum_{j \ne i,\ j=1}^{n} \delta_{ij}(x_i, y_i) - \sum_{j \ne i} \lambda_{ij}(k_{ij} y_j, y_i)] = h_i(x_i, r_i),$$

где $x_i \in P_i^0(\bar{x}^i, p_i, r_i)$.

Условия (7) в этом случае принимают вид

$$(12) \qquad h_i(x_i^{\text{MPC}}(\bar{t}, \bar{s}, \bar{x}^i), s_i) = \max_{x \in X_i^{\text{PC}}(\bar{t}_{-i}, \bar{s}_{-i}) \cap P_i(\bar{x}^i, t_i, s_i)} h_i(x, s_i).$$

С учетом вида функции $\chi_i^0(x_i, y_i)$ множествf максимально согласованных планов определяются как $P_i^0(\bar{x}^i, p_i, r_i) = \{x_i \in Y_i(\bar{x}^i, p_i) \,|\, h_i(x_i, r_i) \ge \max_{z \in Y_i(\bar{x}^i, p_i)} h_i(z, r_i)\}$.

Далее доказательство осуществляется по схеме доказательства пунктов a)-d) теоремы 1 с учетом того, что множество $P_i^0(\bar{x}^i, p_i, r_i)$ не зависит от параметров остальных агентов $\bar{t}_{-i}, \bar{s}_{-i}$.

Заключение

В статье представлены следующие результаты.

В описанной модели организационно-технологической сетевой структуры связи между агентами могут быть двух типов. Первый тип связей описывается зависимостью множеств допустимых решений агентов от выбранных решений предшествующих агентов. В этом случае связи описываются направленным графом без контуров, характеризующем операции предшествования. Второй тип связей агентов определяется потерями каждого агента от несовпадения его решения от взвешенных решений остальных агентов. Эти связи описываются произвольным ориентированным графом. Такая структура связей названа дуальной.

Найдены достаточные условия, при выполнении которых механизмы организационного управления в сетевых структурах с дуальной системой связей между агентами являются «правильными», т.е. равновесными стратегиями сообщения информации в Центр являются достоверные данные, а выбираемые состояния агентами совпадают с установленными планами. Полученные условия обеспечивают в определенном смысле согласованность применяемых процедур планирования и системы штрафов за невыполнение планов с интересами агентов. Проведенные исследования и доказанные утверждения являются продолжением работ по разработке моделей согласованных механизмов.

Сформулированные и доказанные теоремы формируют основу для изучения статики поведения агентов в различных социально-экономических системах, описываемых сетевыми организационными структурами, такими как последовательные технологические процессы, сборочные производства, выполнение комплекса научно-технических и опытно-конструкторских разработок, взаимодействие участников в социальных сетях, функционирование разветвленных транспортных сетей. Представленные исследования предполагается использовать как фрагмент разработки системы управления развитием инфраструктуры районов Сибири, Арктики и Дальнего Востока [24-26].

Литература

1. *M.Maschler, E. Solan, S. Zamir*. Game Theory. Cambridge University Press. New York. 2013. – 979 p.
2. *Dasgupta P., Hammond P., Maskin E.* The Implementation jf Social Choice Rules: Some General Results on Incentives Compatibility/ – Review Economic Studies. 1979. V.46, pp. 185-216.

3. *Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А.* Бинарные отношения, графы и коллективные решения. – М.:Физматлит,2017. – 344с.
4. *Бреер В.В., Новиков Д.А., Рогаткин А.Д.* Управление толпой. Математические модели порогового коллективного поведения. - М.: ЛЕНАНД, 2016. – 172с.
5. Mechanism Design and Management. Mathematical Methods for Smart Organizations/ Business Issues, Competition and Entrepreneurship. New York: NOVA publishers, 2013.
6. *Бурков В.Н.* Основы математической теории активных систем. – М.: Наука, 1977. – 256с.
7. *Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К.* и др. Большие системы: моделирование организационных механизмов. – М.: Наука, 1989. – 245 с.
8. *Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами. – М.: Физматлит, 2007. – 584с.
9. *Новиков Д.*А. Сетевые структуры и организационные системы. – М.: ИПУ РАН, 2003. – 108 с.
10. *Новиков Д.А., Цветков А.В*. Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. –М.: Апостроф. 2000. - 184 с.
11. Бурков В.Н., Коргин Н.А., Новиков Д.А. Введение в теорию управления организационными системами. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 264с.
12. *Бурков В.Н., Еналеев А.К., Кондратьев В.В.* Двухуровневые активные системы. IY. Цена децентрализации механизмов функционирования. – Автоматика и телемеханика, 1980, N 6. – С. 110-117.
13. *Бурков В.Н., Еналеев А.К.* Оптимальность принципа открытого управления. Необходимые и достаточные условия достоверности информации в активных системах. – Автоматика и телемеханика, 1985, N 3, – С. 73-80.
14. *Еналеев А.К.* Оптимальный механизм функционирования в активной системе с обменом информацией. Управление большими системами/Сборник трудов, выпуск 29, – М. ИПУ РАН, 2010. – С.108-127.
15. *Еналеев А. К.* Оптимальность согласованных механизмов функционирования в активных системах // Управление большими системами. 2011. Выпуск 33. – С.143-166. *A. K. Enaleev* “Optimal incentive-compatible mechanisms in active systems,” in Automation and Remote Control, No. 3, vol. 74, 2013, pp. 491-505.
16. *Белов М.В., Новиков Д.А.* Сетевые активные системы: модели планирования и стимулирования // Проблемы управления. № 1. 2018. – С.47-57.
17. *Еналеев А. К.* Оптимальный согласованный механизм в системе с несколькими активными элементами // Управление большими системами. 2015. Выпуск 29. – С.108-127. *Enaleev A.K.* Optimal incentive compatible mechanism in a system with several active elements // Automation and Remote Control. 2017. 78(1). pp. 146-158.
18. *Еналеев А.К.* Оптимальность согласованных механизмов в сетевых организационных структурах. Проблемы управления. – М.: ИПУ РАН, № 1, 2020. – С. 24-38
19. *Enaleev A.K.* Coordinated Management in Hierarchical Network Structures/ Proceedings of 12th Conference Management of Large-Scale System Development MLSD'2019. Moscow: IEEE, 2019, pp.1-5 – URL https://ieeexplore.ieee.org/document/8911041
20. *Еналеев А.К.* Согласованное планирование и стимулирование в сетевой структуре. Труды совещания ВСПУ-2019 (Москва, 17-20 июня, 2019г.), – М.:, Изд. ИПУ РАН, – С. 2069-2073.
21. *Enaleev A.K.* Optimal Mechanism at Network Active Systems/ Proceedings of 11th Conference Management of Large-Scale System Development MLSD'2018. Moscow: IEEE, 2018. – URL https://ieeexplore.ieee.org/document/8551780
22. *Еналеев А.К.* Консолидированные равновесия в согласованной активной системе с сетевой структурой/ Материалы 10-й Всероссийской мультиконференции по проблемам управления (МКПУ-2017), 11сентября – 16 сентября 2017г., с. Дивноморское, Геленджик, Россия. – Изд-во Южного федерального университета, Ростов-на Дону, Таганрог, 2017, Т.3. – С. 23-25.
23. *Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А.* Теория графов в управлении организационными системами. – М.: Изд-во Синтег, 2001. – 124с.
24. *Tsyganov V.* “Development of infrastructure in Siberia, the Far East and the Arctic zone of Russia,” in Management of Large-Scale System Development. Moscow: IEEE, 2019. DOI: 10.1109/MLSD.2019.8910968.

25. *Цыганов, А.К. Еналеев* и др Инфраструктура Сибири, Дальнего Востока и Арктики. Состояние и 3 этапа развития до 2050 года / В.В..; под ред. члена-корр. РАН А.А. Макоско. – СПб., 2019. – 465с.
26. *Еналеев А.К., Цыганов В.В.* Комплекс механизмов управления развитием транспортной инфраструктуры // ИТНОУ: Информационные технологии в науке, образовании и управлении. 2020. (в печати)