

DOI:

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО МЕХАНИЗМА ПРИ ФИНАНСИРОВАНИИ РАБОТ ПРОЕКТА

Щепкин А.В.

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Россия, г. Москва,
ул. Профсоюзная д.65
av_shch@mail.ru*

Аннотация: Рассматриваются вопросы построения комплексного механизма управления путем объединения двух различных механизмов. Один механизм предназначен для распределения финансов на выполнение работ, второй – для стимулирования выполнения работы в заданные сроки. Определяются параметры механизмов, побуждающие сообщать плановые затраты на выполнение работ максимально приближенные к фактическим затратам и сокращать фактические сроки выполнения работ. Анализируются условия, выполнение работ с минимальными затратами и в заданные сроки.

Ключевые слова: плановые затраты, фактические затраты, время выполнения работы, сокращение времени выполнения работ, прибыль, рентабельность.

Введение

Любой проект характеризуется бюджетом и сроками его выполнения. Реализация проекта, состоящего из нескольких работ заключается в выполнении всех работ в установленные сроки. При выполнении работ проекта все исполнители (агенты) стремятся максимизировать свою прибыль. Здесь прибыль агента рассматривается как разность между полученным агентом финансированием и его фактическими затратами на выполнение работ. Для выполнения работ агенты получают из бюджета проекта финансовые средства. Центр рассчитывает размеры финансовых средств и выделяет их агентам для выполнения работ. Предполагается, что фактические затраты агента не могут быть меньше некоторой заданной величины. Для распределения финансовых средств Центр использует механизм распределения финансовых средств. Чтобы реализовать этот механизм Центру необходимо иметь информацию о затратах агентов на выполнение работ. Считается, что точные значения затрат агентов Центру не известны, но Центр знает, что затраты каждого агента не могут превышать некоторого максимального значения (степень информированности Центра). Для повышения своей информированности и более эффективного распределения средств Центр запрашивает у агентов информацию о планируемых затратах на выполнение работ. Полученные планируемые затраты Центр использует для определения размеров финансовых средств, выделяемых агентам. Таким образом, размер финансирования каждого агента определяется механизмом распределения финансовых средств и действиями всех агентов – участвующих в выполнении проекта. Снижая свои фактические затраты и увеличивая объем финансирования, агент увеличивает свою прибыль. Однако, снижение фактических затрат зависит только от самого агента, в то время, как размер финансирования определяется механизмом распределения финансовых средств и действиями всех агентов, участвующих в выполнении проекта. Агенты организуют выполнение работ. А конкретные сроки выполнения работ зависит от специалистов. При обеспечении требуемых сроков выполнения работ проекта специалисты заинтересованы увеличить свое вознаграждение за сокращение сроков выполнения работы.

1 Модель объекта

Рассматривается трехуровневая система, состоящая из Центра, n агентов второго уровня и на третьем уровне у i -го агента находится i -я команда, состоящая из m_i специалистов $i=1,2,\dots,n$. Центр, ответственный за выполнение всего проекта, распределяет финансовые средства среди агентов на выполнение соответствующих работ, то есть i -й агент получает средства на выполнение i -ой работы. Для выполнения работы в срок каждый агент использует систему стимулирования специалистов.

Обозначим:

C – фонд финансирования;

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ – множество агентов;

s_i – планируемые затраты i -го агента, сообщаемые в Центр, $i \in N$;

z_i – фактические затраты i -го агента $i \in N$;

c_i – объем финансирования i -го агента $i \in N$.

$M_i = \{1, 2, \dots, m_i\}$ – множество специалистов, подчиненных i -му агенту;

T_i – срок выполнения i -ой работы, установленный Центром;

τ_i – фактическое время выполнения i -ой работы.

Выполнение каждой работы проекта требует выполнение конкретных заданий специалистами, подчиненных агенту, ответственному за выполнение этой работы. Прибыль i -го агента определяется выражением $P_i = c_i - s_i + q(s_i - z_i)$, $i \in N$, $q \in [0; 1]$. Здесь $(c_i - s_i)$ – плановая прибыль, $(s_i - z_i)$ – сверхплановая прибыль агента. Коэффициент $q < 1$ соответствует тому, что часть сверхплановой прибыли у агента изымается.

Объем финансирования i -го агента за выполнение i -ой работы определяется действующим механизмом распределения финансовых средств. В данной работе рассматривается противозатратный механизм [1-3]. Согласно этому механизму объем средств, который получает i -й агент определяется выражением

$$(1) \quad c_i = (\rho_i + 1)s_i, \quad i \in N.$$

Здесь ρ_i – рентабельность i -го агента, определяемая Центром на основе полученных от агентов планируемых затрат. При этом

$$\rho_i = (1 - k)\rho_0 + k\eta_i, \quad k \in [0; 1].$$

Минимальный норматив рентабельности ρ_0 устанавливается Центром для всех агентов, η_i – максимальная рентабельность, которая может быть получена i -м агентом. В соответствии с [4] рентабельность η_i определяется как

$$\eta_i = \rho_0 + \frac{1}{s_i} \left[C - (1 + \rho_0) \sum_{j \in N} s_j \right], \quad i \in N.$$

Пусть t_{ij} – время выполнения задания j -м специалистом, из команды i -го агента, соответственно, τ_i – время выполнения всей i -й работы. За превышение срока выполнения работы, установленного Центром T_i , агенты штрафуются, то есть если $\tau_i > T_i$, то прибыль i -го агента будет равна $P_i = c_i - z_i - \beta(\tau_i - T_i)$. Здесь β норматив штрафа за единицу превышения срока выполнения работы. Для того, чтобы избежать штрафных санкций агент стимулирует специалистов за сокращение сроков выполнения заданий. Для этого он выделяет на стимулирование исполнителей средства из прибыли в размере R_i . Считается, что цель j -го специалиста из i -й команды заключается в увеличении разности между вознаграждением (премией) V_{ij} и затратами Z_{ij} на сокращение времени выполнения задания. Премия j -го специалиста пропорциональна его вкладу в общий результат, то есть $V_{ij} = \delta_{ij}R_i$, где δ_{ij} – вклад j -го специалиста в общий результат. Соответственно, $Z_{ij} = h_{ij}\hat{t}_{ij}$, где h_{ij} – квалификация j -го специалиста, \hat{t}_{ij} – время сокращения задания j -м специалистом. Целевую функцию j -го специалиста будем записывать в виде

$$(2) \quad \varphi_{ij} = V_{ij} - Z_{ij} = \delta_{ij}R_i - h_{ij}\hat{t}_{ij}.$$

3 Функционирование модели при последовательном применении механизмов

Центр сообщает агентам минимальное значение рентабельности ρ_0 . Это значит, что каждый агент гарантированно получит такое финансирование, которое обеспечит ему рентабельность не меньше ρ_0 . Очевидно, что для обеспечения этой гарантии должно выполняться условие

$$C / \sum_{i \in N} s_i - 1 \geq \rho_0.$$

Для получения финансирования, которое необходимо для выполнения работ проекта каждый агент сообщает в Центр значение планируемых затрат s_i , $i \in N$. Центр определяет объем финансирования каждого агента в соответствии с процедурой (1). В [4] показано, что если между коэффициентами k , q и минимальным нормативом рентабельности ρ_0 выполняются соотношения $k \leq 1/n$ и

$$(3) \quad \rho_0 \leq (k - q)/(1 - k).$$

то для максимизации своей прибыли агентам выгодно сообщать в Центр планируемые затраты, равные фактическим, то есть $s_i = z_i$, $i \in N$. При этом объем финансирования агентов определяется выражением

$$(4) \quad c_i = kC - (1 + \rho_0) \left(k \sum_{j \in N} z_j - z_i \right), \quad i \in N.$$

Причем, если $k=1/n$, то фонд финансирования C распределяется Центром полностью. Рассмотрим именно эту ситуацию.

Получив финансирование агент, для выполнения работы, формирует задания для своих специалистов. Предполагаем, что все специалисты свои задания выполняют, и, соответственно, вся работа по проекту выполняется. Прибыль агентов после выполнения работ равна

$$P_i = \frac{1}{n} \left[C - (1 + \rho_0) \sum_{j \in N} z_j \right] + \rho_0 z_i, \quad i \in N.$$

Так как Центр установил i -му агенту срок выполнения работы T_i , то для определения фактического срока выполнения работ агент запрашивает специалистов из своей команды о времени выполнения полученных им заданий t_{ij} , $j \in M_i$, $i \in N$. Считаем, что задания выполняются специалистами последовательно, тогда $\tau_i = \sum_{j \in M_i} t_{ij}$, в противном случае может использоваться сетевой график. Если

$\tau_i > T_i$, то для того, чтобы уложиться в установленные сроки агент, часть своей прибыли R_i выделяет на стимулирование специалистов за сокращение времени выполнения заданий. Очевидно, что это сокращение должно быть не менее чем $\tau_i - T_i$. Если каждый специалист сократил время выполнения задания на величину \hat{t}_{ij} , то один из способов определения вклада в общий результат сокращения

времени выполнения i -й работы j -м специалистом может определяться как $\delta_{ij} = \hat{t}_{ij} / \sum_{j=1}^{m_i} \hat{t}_{ij}$. Для целевой функции (2) в ситуации равновесия по Нэшу [5] легко получить

$$\sum_{j \in M_i} \hat{t}_{ij} = \tau_i - T_i = R_i (m_i - 1) / \sum_{j \in M_i} h_{ij}.$$

А отсюда следует, что размер фонда, который необходимо сформировать из прибыли агента для того, чтобы выполнить i -ю работу в срок будет определяться как

$$R_i = \frac{\tau_i - T_i}{m_i - 1} \sum_{j \in M_i} h_{ij}.$$

Соответственно, прибыль агента будет равна

$$(5) \quad \hat{P}_i = \frac{1}{n} \left[C - (1 + \rho_0) \sum_{j \in N} z_j \right] + \rho_0 z_i - R_i, \quad i \in N.$$

Очевидно, что формировать фонд R_i из прибыли экономически выгодно агенту только в том случае, когда размер штрафа превышает размер этого фонда

$$\frac{\tau_i - T_i}{m_i - 1} \sum_{j \in M_i} h_{ij} < \beta (\tau_i - T_i) \quad \text{или} \quad \beta > \frac{1}{m_i - 1} \sum_{j \in M_i} h_{ij}.$$

Отсюда видно, что все агенты будут формировать фонд стимулирования R_i , если выполняется неравенство

$$\beta > \max_{i \in N} \left\{ \frac{1}{m_i - 1} \sum_{j \in M_i} h_{ij} \right\}.$$

4 Функционирование модели при применении комплексного механизма

При комплексном механизме перед тем, как определить размер планируемых затрат s_i i -й агент обращается к специалистам с вопросом: «Сколько времени Вам потребуется для выполнения заданий?». Ответ специалистов $t_{ij}, j \in M_i$. Если $T_i \geq \sum_{j \in M_i} t_{ij}$, то планируемые затраты равны $s_i = z_i$. Если же $T_i < \sum_{j \in M_i} t_{ij}$, то агент включает в планируемые затраты дополнительные средства в размере R_i . В этом случае планируемые затраты i -го агента равны $\hat{s}_i = s_i + R_i$. Учитывая, что механизм распределения финансовых средств противозатратный, получаем $\hat{s}_i = z_i + R_i$. Из (4) получаем

$$c'_i = \frac{1}{n} C - (1 + \rho_0) \left(\frac{1}{n} \sum_{j \in N} (z_j + R_j) - (z_i + R_i) \right), i \in N.$$

Таким образом, размер средств, полученный i -м агентом изменился на

$$(6) \Delta_i^{(c)} = c'_i - c_i = (1 + \rho_0) \left(R_i - \frac{1}{n} \sum_{j \in N} R_j \right), i \in N.$$

Из (6) следует, что i -й агент не получит дополнительного финансирования для формирования фонда R_i , если

$$(7) R_i < \frac{1}{n-1} \sum_{\substack{j \in N \\ j \neq i}} R_j, i \in N.$$

Это означает, что i -й агент, $i \in N$, получает дополнительное финансирование, если выделяет на стимулирование специалистов средств больше, чем среднее арифметическое значение средств на стимулирование остальных агентов. В то же время финансирование уменьшается, если агент выделяет на стимулирование специалистов средств меньше, чем среднее арифметическое значение средств на стимулирование остальных агентов.

При учете в планируемых затратах средств на стимулирование специалистов в ситуации равновесия по Нэшу прибыль i -го агента будет равна

$$(8) P'_i = \frac{1}{n} \left[C - (1 + \rho_0) \sum_{j \in N} (z_j + R_j) \right] + \rho_0 (z_i + R_i), i \in N.$$

Сравнивая (5) с (8) получаем, что прибыль i -го агента изменится на величину

$$\Delta_i^{(P)} = (1 + \rho_0) \frac{n-1}{n} \left(R_i - \frac{1}{n-1} \sum_{\substack{j \in N \\ j \neq i}} R_j \right).$$

Отсюда следует, что прибыль увеличивается у того агента, который выделяет на стимулирование специалистов средств больше, чем среднее арифметическое значение средств на стимулирование остальных агентов.

Таким образом, если i -й агент, $i \in N$ выделяет на стимулирование специалистов средств больше, чем среднее арифметическое значение средств на стимулирование остальных агентов получает больший объем финансирования и его прибыль оказывается больше, чем в случае последовательного применения механизмов.

Стремление агентов, получивших меньший объем финансирования, не терять при распределении финансовых средств, путем увеличения средств на стимулирование не позволит им изменить ситуацию. Очевидно, что пока все агенты будут выделять на стимулирование различные объемы средств, всегда будут агенты, которые теряют в финансировании. Как следует из выражения (6), единственный вариант не уменьшить финансирование всех агентов соответствует случаю, когда все агенты выделяют одинаковый размер средств на стимулирование специалистов.

Пусть $R_q = \max_{i \in N} \{R_i\}$ и U – множество агентов, такое, что при $i \in U$ справедливо (7). Очевидно, что q -й агент в планируемые затраты будет включать средства на стимулирование специалистов в размере R_q . При этом, i -й агент, $i \in U$, чтобы не терять при распределении финансовых средств, также будет включать в планируемые затраты средства на стимулирование специалистов в размере R_q . Нетрудно видеть, финансирование всех агентов будет такое же, как и при последовательном применении механизмов (4). В то же время прибыль i -го агента, $i \in U$ будет равна

$$\tilde{P}_i = \frac{1}{n} \left[C - (1 + \rho_0) \sum_{j \in N} z_j \right] + \rho_0 z_i - R_q$$

А если бы все агенты включали фонды стимулирования (7) в планируемые затраты, то прибыль i -го агента, $i \in U$ была бы равна

$$\tilde{\tilde{P}}_i = \frac{1}{n} \left[C - (1 + \rho_0) \sum_{j \in N} z_j \right] + \rho_0 (z_i + R_i) - \frac{1}{n} (1 + \rho_0) \sum_{j \in N} R_j.$$

Утверждение. Если в комплексном механизме все агенты, $i \in U$ увеличит размер средств на стимулирование специалистов до R_q , они не будут терять в размере финансирования, но их прибыль не увеличится.

Доказательство.

Необходимо показать, что $\tilde{\tilde{P}}_i \geq \tilde{P}_i$. Перепишем это неравенство в виде

$$R_q + \rho_0 R_i \geq \frac{1}{n} (1 + \rho_0) \sum_{j \in N} R_j$$

Очевидно, что оно будет выполняться всегда, если выполняется неравенство

$$R_q + \rho_0 R_i \geq \frac{1}{n} (1 + \rho_0) [R_i + (n-1)R_q]$$

Последнее неравенство можно представить как

$$(9) \quad \rho_0 \frac{n-1}{n} (R_i - R_q) \geq \frac{1}{n} (R_i - R_q).$$

Так как $R_q > R_i$, то (9) перепишем в виде

$$\rho_0 (n-1) \leq 1.$$

Из (3) видно, что при $q=0$ ρ_0 принимает максимальное значение равное $\rho_0 = 1/(n-1)$. А это значит, что все агенты, $i \in U$ при этом сохраняют свою прибыль. Если же $q \in (0; 1/n)$, то все агенты, $i \in U$ теряют свою прибыль

Утверждение доказано.

Заключение

Применение комплексного механизма позволяет уменьшить финансовую нагрузку на агентов, которым приходится больше средств направлять на стимулирование специалистов для того, чтобы выполнить все работы в срок.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-07-01258А.

Литература

1. Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К., Кондратьев В.В., Нанева Т.Б., Щепкин А.В. Большие системы: моделирование организационных механизмов. - М.: Наука, 1989. - 246 с.

2. *Вилкова Н.Н., Кашиенков А.Р., Трапезова М.Н.* Противозатратный механизм внутрифирменного ценообразования / Управление большими системами. Выпуск 2. М.: Фонд «Проблемы управления», 2000 - С.16-18.
3. *Burkov V.N., Goubko M.V., Kondrat'ev V.V., Korgin N.A. and Novikov D.A.* "Mechanism design and management: mathematical methods for smart organization." Nova Science Publishers, New York, p. 163, 2013.
4. *Щепкин А.В.* Противозатратные механизмы финансирования / Проблемы управления. 2018. №3 С. 17-25.
5. *Бурков В.Н.* Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977. – 255 с.