

DOI:
О ВЛИЯНИИ АКТИВНОСТИ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ ОНЛАЙНОВЫХ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ НА ФОРМИРОВАНИЕ ЭХО-КАМЕР

Козицин И.В.

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Россия, г. Москва
ул. Профсоюзная д.65
kozitsin.ivan@mail.ru*

Чхартишвили А.Г.

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Россия, г. Москва
ул. Профсоюзная д.65
sandro_ch@mail.ru*

Аннотация: В работе предложена имитационная модель информационных процессов в онлайн-социальной сети, в которой пользователи получают информацию в соответствии с алгоритмом ранжирования. На основе численных экспериментов выявлено, каким образом активность пользователей, а также характеристики сети связывающих их знакомств, влияет на формирование информационных пузырей.

Ключевые слова: онлайн-социальные сети, случайные графы, алгоритмы ранжирования, консенсус.

Введение

Онлайн-социальные сети (ОСС), такие как Twitter, Facebook или ВКонтакте, приобрели огромную популярность за последние годы. Люди используют данные платформы для общения и получения новой информации, в результате чего ОСС стали медиаторами социального влияния. Обычно под влиянием в социальных сетях понимают влияние друг на друга пользователей социальной сети, индивидуальных (индивиды) и коллективных (группы, страницы СМИ и т.п.). Однако есть еще один важный аспект влияния, который часто не осознается: работа алгоритмов ранжирования самой ОСС, играющие огромную роль в формировании информационного пространства пользователей.

Алгоритмы ранжирования – инструмент, который сортирует контент, отдавая предпочтение той информации, которая, по мнению администрации ОСС, будет наиболее релевантной для пользователя. Существует мнение, что алгоритмы ранжирования способствуют возникновению «информационных пузырей» (или «эхо-камер») – кластеров пользователей, разделяющих похожие взгляды и взаимодействующих только друг с другом [1]–[3]. Механизм их формирования может выглядеть следующим образом: пользователь, предпочитая взаимодействовать только с теми, кто разделяет его взгляды, чаще проявляет активность по отношению к таким пользователям; далее алгоритм ранжирования фиксирует данную активность и сортирует контент, показывая пользователю только информацию, касающуюся этих самых пользователей, и так далее.

Потенциальная опасность информационных пузырей заключается в том, что взгляды пользователей, не имеющих доступа к информации, которая способна поколебать их убеждения, могут усиливаться со временем (радикализация взглядов) [4]. Это, в свою очередь, может быть причиной поляризации мнений – явления при котором наблюдается рост различий во взглядах между индивидами [5], что снижает вероятность достичь компромисса по тому или иному вопросу. Стоит отметить, что существуют и другие объяснения явлению поляризации [6]–[8].

Ряд исследований был посвящен изучению влияния алгоритмов ранжирования на динамику мнений пользователей ОСС с использованием методов агентного моделирования. В частности, в [9] рассматривалось, как взаимодействие структуры социальной сети и способов ранжирования контента влияет на формирование эхо-камер. Кроме того, в [10] было изучено, при каких условиях алгоритмы ранжирования могут привести к поляризации мнений пользователей. В работе [11] рассматривалась модель, в которой агенты-пользователи взаимодействуют с квантами информации в рамках парадигмы трех фильтров: желание пользователя получать информацию, подтверждающую его взгляды, желание пользователя взаимодействовать с теми, кто похож на него, а также влияние алгоритмов ранжирования.

Цель данной работы – продемонстрировать, как активность пользователей ОСС может способствовать формированию эхо-камер. Насколько нам известно, данная проблема еще не была глубоко изучена. Интуитивное представление выглядит следующим образом: чем более активно пользователь ведет себя в ОСС, тем быстрее он должен попадать в эхо-камеру, поскольку действия пользователя позволяют алгоритму ранжирования сделать вывод о том, что ему нравится. Вместе с тем, множество действий, которые пользователь может совершить в ОСС, достаточно разнообразно. В частности, в сети ВКонтакте пользователь может опубликовать пост, поставить лайк или

прокомментировать другой пост, или же сделать репост. В то время как действие «лайк» – это индикатор того, что пользователю, скорее всего, понравился данный пост (что должно способствовать формированию информационного пузыря вокруг пользователя), факт публикации поста является манифестацией собственной позиции, что может отразиться на динамике мнений иным способом. Например, если предположить, что мнения пользователей изменяются в соответствии с итеративным соотношением ДеГроота [12], то тогда частая публикация постов пользователями может привести к тому, что они очень быстро достигнут консенсуса, не успев образовать отдельные информационные пузыри.

Таким образом, рассматриваемый процесс достаточно сложен и требует тщательного анализа. Нами была разработана модель, имитирующая динамику мнений пользователей некоторой ОСС (за основу была взята сеть ВКонтакте, хотя предлагаемый подход может быть перенесен на аналогичные ОСС, например Twitter или Facebook) в условиях, когда информационное пространство, в котором находится пользователь, формируется при помощи алгоритма ранжирования контента.

1 Методы

Мы берем за основу модель, предложенную в [9]. В этой модели агенты общаются друг с другом посредством публикации постов – сообщений, которые отражают их мнения. Алгоритм ранжирования сортирует эти посты, показывая агенту ограниченное число постов, опубликованных его друзьями. Мы добавили к этой модели возможность агента реагировать на эти посты. Подобная идея была реализована в [13], однако в несколько ином контексте. В нашей модели агенты оценивают посты, ставя им лайки, тем самым сообщая алгоритму ранжирования информацию о своих предпочтениях. В отличие от [9], в предлагаемой нами модели мнения агентов являются непрерывными величинами, динамика которых подчиняется итеративному соотношению ДеГроота [12]. Мы параметризуем активность агентов при помощи трех величин: вероятность опубликовать пост, вероятность поставить лайк другому посту и вероятность изменить мнение. При этом предполагается, что все агенты равнозначны.

1.1 Модель

Рассматривается система из $n = 50$ агентов, имитирующих пользователей онлайн-социальной сети. Эти агенты связаны статичными дружескими связями. Множество друзей пользователя i обозначается как V_i . Время дискретно: $t = 1, 2, 3, \dots$. Каждый агент i в момент времени t обладает мнением по некоторому вопросу, выражаемым величиной $o_i(t) \in [0, 1]$.

В момент времени t каждый агент может выполнить каждое из следующих действий: (1) опубликовать пост (отражающий его текущее мнение o_i), (2) поставить лайк посту другого пользователя, а также (3) поменять свое мнение. Посты, опубликованные агентами, видны другим агентам и формируют новостные ленты (информационное пространство) последних. Новостные ленты формируются при помощи алгоритма ранжирования. Множество постов, которые алгоритм ранжирования предлагает агенту i в момент времени t , обозначается как $P_{\rightarrow i}(t)$.

Множество постов, опубликованных пользователем i к моменту времени t , обозначается как $P_i(t)$. Считается, что агент не удаляет созданные им посты: если $p \in P_i(t)$, то $p \in P_i(\tau)$ для любого $\tau > t$. Каждый элемент $p \in P_i(t)$ имеет три характеристики: автора поста i_p (поскольку $p \in P_i(t)$, то $i_p = i$), время создания t_p и передаваемое мнение o_p . Время создания поста определяется моментом времени, когда агент i_p создал пост, а мнение, передаваемое постом, совпадает с мнением создателя этого поста в момент создания: $o_p = o_{i_p}(t_p)$. В отличие от [13], мы считаем, что мнения, передаваемые постами, не являются номинальными величинами, а принимают значения на отрезке.

Агент, который решил поставить лайк посту другого агента в момент времени t , выбирает один из постов, содержащихся в его новостной ленте.

Изменение мнения агента происходит согласно итеративному соотношению ДеГроота:

$$(1) o_i(t+1) = \frac{o_i(t) + \sum_{j \in P_{\rightarrow i}(t)} o_j}{|P_{\rightarrow i}(t)| + 1},$$

то есть мнение агента i в следующий момент времени есть среднее мнений агента i в момент времени t , а также мнений, передаваемых постами из новостной ленты агента. Таким образом, рассматриваемая в модели динамика мнений агентов является «нерасширяющейся»: мнения агентов не выходят за пределы отрезка, границами которого являются наибольшее и наименьшее из начальных мнений агентов.

1.2 Модели социального графа

Для определения дружеских связей используются две модели формирования ненаправленных случайных графов: модель Барабаши-Альберт (БА) и модель Ватца-Строгаца (ВС).

В первом случае входными параметрами являются число вершин графа n , а также начальное число вершин, которое мы определили как $m = 1$. В ходе формирования графа к нему поочередно добавляется по одной вершине, которая соединяется с m из уже имеющихся. При этом, вероятность соединения определяется степенью вершины: чем больше степень уже существующей вершины, тем больше шансов, что новая вершина будет соединена с ней.

Для формирования ВС-сети также задается количество вершин n , которые расставлены по кругу. Каждая из вершин соединяется с $l = 4$ ближайшими. Далее с вероятностью p_{rew} некоторые ребра меняют одну из инцидентных им вершин на случайно выбранную. Мы рассматриваем случаи $p_{rew} = 0$ (BC0-сеть) и $p_{rew} = 1$ (BC1-сеть). Если полученный в итоге граф не является связным (теоретически такое возможно при $p_{rew} = 1$, однако маловероятно, поскольку l достаточно велико), то тогда процесс генерации графа запускается заново до тех пор, пока не будет сформирован связный граф

В результате такого набора параметров формируется графы, свойства которых представлены в таблице 1. Каждая из трех рассматриваемых моделей приводит к формированию графа, обладающего ровно одной из отличительных особенностей реальных социальных сетей: БА-сеть имеет степенное распределение степеней вершин, BC0-сеть обладает высоким коэффициентом кластеризации, а BC1-сеть характеризуется сравнительно небольшим диаметром.

Отметим, что поскольку полученные в итоге графы являются связными, динамика мнений (1) в отсутствие алгоритма ранжирования должна привести к консенсусу. Кроме того, в нашей модели граф знакомств статичен, в то время как реальные графы знакомств меняются со временем. Одной из причин этому является стремление людей взаимодействовать с теми, кто похож на них и кто, в том числе, разделяет их взгляды [14]–[18].

Таблица 1. Характеристики графов.

	БА-сеть	BC0-сеть	BC1-сеть
Распределение степеней вершин	Степенное показателем 3	Гомогенное	Гомогенное
Средняя степень	1.96	4	4
Число ребер	49	100	100
Коэффициент кластеризации	0	0.5	0.07
Диаметр сети	9.75	13	5

1.3 Выбор агентом поста для лайка

Агент выбирает пост, которому ставит лайк, из множества постов $P_{\rightarrow i}(t)$, которое ему предлагает рекомендательная система в момент времени t . Вероятность события $i \rightarrow p$, заключающегося в том, что пользователь i поставит лайк посту $p \in P_{\rightarrow i}(t)$, определяется тем, насколько сильно мнение пользователя отличается от мнения, передаваемого постом: чем больше разница, тем меньше вероятность лайка. Данная зависимость имеет следующий вид:

$$Pr\{i \rightarrow p\} = \frac{\frac{1}{|o_i(t) - o_p| + 0.01}}{\sum_{j \in P_{\rightarrow i}(t)} \left| \frac{1}{|o_j(t) - o_p| + 0.01} \right|}.$$

Величина 0.01 в последнем соотношении позволяет рассматривать случай, когда $o_i(t) = o_p$. При этом для любого поста $p \in P_{\rightarrow i}(t)$ существует ненулевая вероятность того, что пользователь поставит ему лайк. Отметим, что предлагаемая стратегия поведения пользователя при выборе поста для лайка схожа с той, которая была использована в [13]. Вместе с тем, пользователи могут ориентироваться и на другие характеристики поста, которые не рассматриваются в данной работе: общее количество лайков к данному посту, качество контента поста и т.д.

Множество постов, которым агент i поставил лайк к моменту времени t , обозначается как $P_{i \rightarrow}(t)$. Поскольку в любой момент времени агент может поставить только один лайк, существует единственный элемент множества $P_{i \rightarrow}(t)$, обладающий максимальным значением времени создания. Этот элемент будем обозначать $p_{i \rightarrow}^{latest}(t)$.

1.4 Алгоритм ранжирования

Пользователю i в момент времени t алгоритм ранжирования предлагает множество постов $P_{\rightarrow i}(t)$. Это множество определяется следующим образом. Алгоритм ранжирования рассматривает посты, которые опубликовали друзья агента i в моменты времени $t - 1$ и t , а затем выбирает среди них те, которые передают мнения, наиболее близкие ко мнению $o_{p_i^{\text{latest}}(t)}$, передаваемому постом, который агент i лайкнул последним. При этом посты, которые пользователь уже лайкнул до момента t , не включаются алгоритмом в множество $P_{\rightarrow i}(t)$. Мы предполагаем, далее, что размер множества $P_{\rightarrow i}(t)$ фиксирован, то есть не зависит от конкретного агента, и равен трем. Таким образом, новостная лента агента состоит из трех постов. Содержательно, рассматриваемый нами алгоритм основан на следующих двух эвристиках: контент должен быть свежим и близким интересам пользователя.

Стоит отметить, что данный алгоритм ранжирования не исчерпывает все множество подходов, используемых персонализационными системами. Существуют и другие способы ранжирования контента. Более того, реальные персонализационные системы основаны на гораздо более сложных алгоритмах, учитывающих сразу несколько факторов. Отметим также, что представленный в данной работе алгоритм ранжирования является детерминированным, в отличие от рассмотренных в некоторых релевантных работах стохастических алгоритмов (см., например, [13]). Такой подход основан на желании выделить разницу между действиями рекомендательных систем и поведением людей, которое более непредсказуемо.

1.5 Динамика модели

В каждый момент времени t случайно выбираются n_p агентов, которые публикуют посты, затем случайно выбираются n_l пользователей, которые ставят лайки, после чего случайно выбираются n_o пользователей, которые меняют свои мнения.

Величины $\alpha_p = n_p/n$, $\alpha_l = n_l/n$ и $\alpha_o = n_o/n$ являются входными параметрами модели. Такой подход к моделированию позволяет насыщать модель реальными данными, поскольку показатели, используемые для параметризации активности агентов, могут быть оценены из реальных данных. Вместе с тем, предлагаемый подход является крайне упрощенным: в реальных условиях пользователи могут совершать сразу несколько однотипных действий, причем их активность может варьироваться от пользователя к пользователю.

1.6 Дизайн экспериментов

Для каждой рассматриваемой комбинации параметров α_p , α_l и α_o проводится 5 независимых испытаний. Количество шагов времени в каждом определяется непосредственно в ходе испытания (через каждые 250 шагов программа визуализирует динамику мнений агентов и спрашивает, стоит ли продолжать эволюцию системы) и увеличивается до тех пор, пока не будет понятно, каким будет итоговое распределение мнений.

Каждое испытание проходит следующим образом. До того, как начинается ход времени, формируется граф знакомств (заново для каждого испытания) и агенты наделяются мнениями. Аналогично, мнения агентов каждый раз генерируются заново из равномерного распределения на отрезке $[0,1]$. В результате начальная конфигурация системы такова, что мнения друзей некоррелированы (гомофилия отсутствует).

Далее начинается ход времени. По прошествии некоторого числа итераций либо агенты достигают консенсуса, либо наблюдается фрагментация мнений – наличие нескольких мнений в системе. Сеть знакомств является связным графом, поэтому ситуация, при которой наступает фрагментация, обусловлена влиянием алгоритма ранжирования, который блокирует движение кросс-идеологической информации (т.е. не дает агентам видеть посты, мнения которых расходятся с их собственным). Для каждой комбинации параметров $\alpha_p \in \{0.25, 0.5, 0.75, 1\}$, $\alpha_l \in \{0.25, 0.5, 0.75, 1\}$, $\alpha_o = 1$, рассчитывается число испытаний, при которых был достигнут консенсус. Ситуация, обратная консенсусу – это фрагментация, состояние системы, при котором сформировано несколько кластеров мнений, которые соответствуют эхо-камерам (см. рисунок 1).

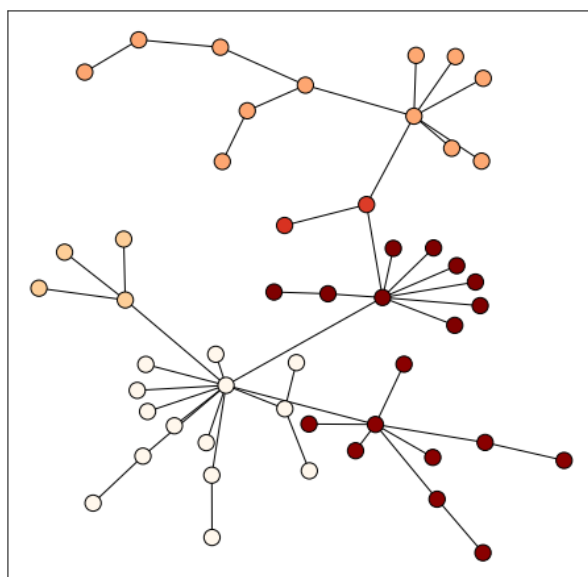


Рис. 1. Итоговое состояние системы в случае БА-сети ($\alpha_p = 1$, $\alpha_l = 0.75$). Цвета вершин соответствуют мнениям агентов.

Сводный обзор параметров модели представлен в таблице 2.

Таблица 2. Параметры имитационной модели.

Параметр	Описание	Значение(я)
n	Число агентов в системе	50
m	Параметр в модели Барабаши-Альберт (число связей, которые образывает новая вершина)	1
l	Параметр в модели Ватца-Строгаца (число связей, которые каждая вершина имеет изначально)	4
p_{rew}	Параметр в модели Ватца-Строгаца (доля ребер, которые будут «перемещены»)	0, 1
i	Агент	
$o_i(t)$	Мнение агента i в момент времени t	
P_i	Множество постов, которые агент i опубликовал к моменту времени t	
p	Пост	
i_p	Агент, являющийся автором поста p	
o_p	Мнение, передаваемое постом p	
t_p	Время создание поста p	
$P_{\rightarrow i}(t)$	Множество постов, которые алгоритм ранжирования предлагает агенту i в момент времени t ($ P_{\rightarrow i}(t) = 3$)	
$P_{i \rightarrow}(t)$	Множество постов, которые агент i оценил (лайкнул) к моменту времени t	
$p_{i \rightarrow}^{latest}(t)$	Пост, который агент i оценил (лайкнул) к моменту времени t последним	
α_p	Доля пользователей, которые публикуют посты в каждый момент времени	0.25, 0.5, 0.75, 1
α_l	Доля пользователей, которые ставят лайки в каждый момент времени	0.25, 0.5, 0.75, 1
α_o	Доля пользователей, которые меняют мнения в каждый момент времени	1

Результаты

В таблицах 3-5 приведены результаты экспериментов. В ячейках каждой из этих таблиц приведены количества испытаний, при которых был достигнут консенсус.

Таблица 3. Результаты экспериментов для БА-сети.

		Вероятность поставить лайк α_l			
		0.25	0.5	0.75	1
Вероятность опубликовать пост α_p	0.25	5	5	5	0
	0.5	5	4	5	0
	0.75	1	2	0	0
	1	0	0	0	0

Таблица 4. Результаты экспериментов для ВС0-сети.

		Вероятность поставить лайк α_l			
		0.25	0.5	0.75	1
Вероятность опубликовать пост α_p	0.25	5	5	5	5
	0.5	5	5	5	5
	0.75	5	5	5	5
	1	0	0	0	0

Таблица 5. Результаты экспериментов для ВС1-сети.

		Вероятность поставить лайк α_l			
		0.25	0.5	0.75	1
Вероятность опубликовать пост α_p	0.25	5	5	5	5
	0.5	5	5	5	5
	0.75	5	5	5	5
	1	0	4	3	4

При анализе результатов экспериментов было обнаружено, что для ВС1-сети может наблюдаться «размазанный» консенсус: распределение мнений, при котором взгляды агентов не совпадают, однако равномерно покрывают небольшой участок пространства мнений (см. рисунок 2). Кроме того, оказалось, что в случае ВС-сетей наблюдаемая фрагментация не является стабильной (см. рисунок 3, слева): сформированные кластеры мнений подвержены осцилляциям. В то же время агенты, связанные БА-сетью, способны достаточно быстро формировать стабильную фрагментацию (см. рисунок 3, справа). Исключением является режим $\alpha_l = 1$, при котором вне зависимости от значения α_p всегда наблюдается неустойчивая фрагментация (см. рисунок 4).

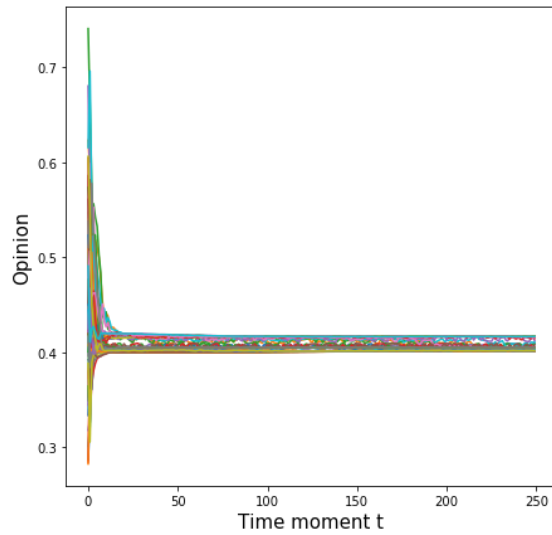


Рис. 2. Динамика мнений в случае WS1-сети ($\alpha_p = 1, \alpha_l = 0.75$).

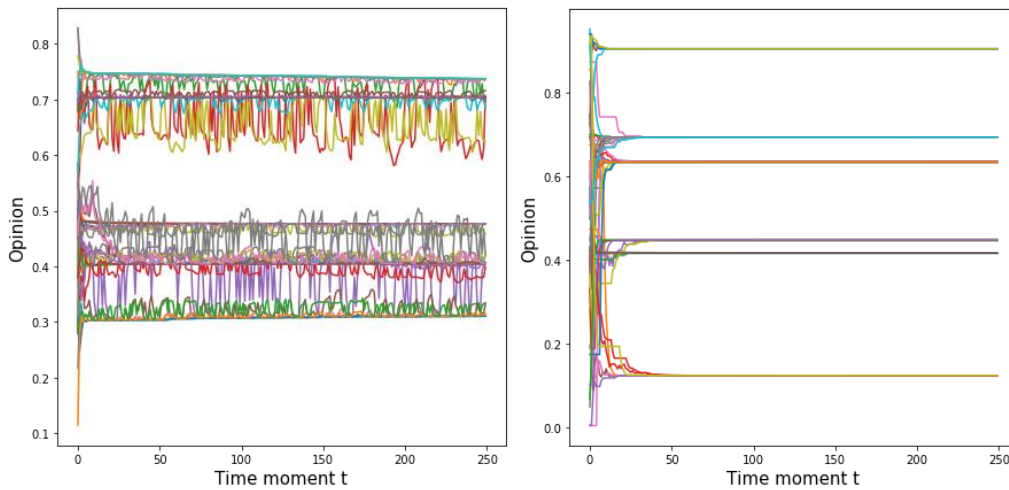


Рис. 3. Слева: динамика мнений в случае WS0-сети ($\alpha_p = 1, \alpha_l = 1$). Справа: динамика мнений в случае BA-сети ($\alpha_p = 1, \alpha_l = 0.75$).

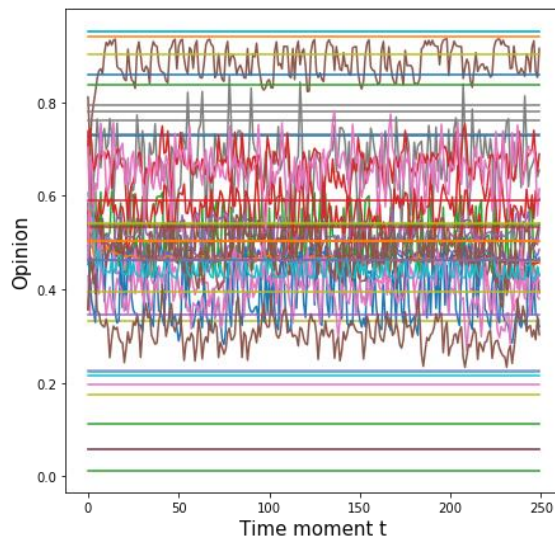


Рис. 4. Динамика мнений в случае BA-сети ($\alpha_p = 0.25, \alpha_l = 1$).

3 Обсуждение результатов

Результаты, представленные в предыдущем разделе, подтверждают, что чем активнее пользователи ведут себя в ОСС, тем больше вероятность фрагментации мнений и формирования эхо-камер. В случае БА-сети это наблюдается как для активности публикации постов, так и для активности их оценивания, в то время как в случае ВС-сетей только активность публикации постов приводит к такому эффекту. Более того, в случае ВС1-сети при $\alpha_p = 1$ отмеченная закономерность не выполнена (необходимо отметить, однако, что такой исход может быть связан с малым числом испытаний).

Можно заключить, что БА-сеть, обладающая степенным распределением степеней вершин, является наиболее благоприятной средой для формирования эхо-камер, в то время как сети с относительно небольшим диаметром, напротив, наиболее эффективно им препятствуют. Причиной этому, по-видимому, служит древовидность БА-сети, при которой чрезвычайно важно, как ведут себя хабы (вершины с большим числом соседей, см. рисунок 1), которые, по сути, являются теми, кто контролируют доступ к информации (привратники, gatekeepers – см. [19]). Если алгоритмы ранжирования затрудняют общение между хабами, тогда все, что им остается – это взаимодействовать со своими листьями, формируя эхо-камеры. ВС-графы менее централизованы, что увеличивает вероятность кросс-идеологических взаимодействий между пользователями и препятствует формированию эхо-камер.

В заключение отметим, что в реальной жизни поведение пользователей намного сложнее. Некоторые пользователи ведут себя более активно, другие – менее. Стратегия поведения пользователя может зависеть от различных факторов, например, пользователи, которые имеют много связей (подписчиков), желая поддерживать их число, должны публиковать достаточно много постов. Очень важный механизм, не рассмотренный в нашей модели (а также в работах, упомянутых во Введении), который, тем не менее, может оказывать значительное влияние на динамику мнений – это репост другого поста. В дальнейших исследованиях мы планируем уделить ему внимание, а также рассмотреть другие режимы (например, случаи, когда $\alpha_o < 1$).

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 18-29-22042).

Литература

1. *Bakshy E., Messing S., Adamic L. A.* Exposure to ideologically diverse news and opinion on Facebook // *Science*. – 2015. – Vol. 348. – №. 6239. – P. 1130-1132.
2. *Petrov A., Proncheva O.* Modeling Propaganda Battle: Decision-Making, Homophily, and Echo Chambers // *Conference on Artificial Intelligence and Natural Language*. – Springer, Cham, 2018. – P. 197-209.
3. *Sasahara K. et al.* On the inevitability of online echo chambers // *arXiv preprint arXiv:1905.03919*. – 2019.
4. *Dandekar P., Goel A., Lee D. T.* Biased assimilation, homophily, and the dynamics of polarization // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. – 2013. – Vol. 110. – №. 15. – P. 5791-5796.
5. *Chkhartishvili A. G. et al.* On an Approach to Measure the Level of Polarization of Individuals' Opinions // "2019 Twelfth International Conference" Management of large-scale system development"(MLSD). – IEEE, 2019. – P. 1-5.
6. *Mäs M., Flache A.* Differentiation without distancing. Explaining bi-polarization of opinions without negative influence // *PloS one*. – 2013. – Vol. 8. – №. 11.
7. *Altafini C.* Consensus problems on networks with antagonistic interactions // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 2012. – Vol. 58. – №. 4. – P. 935-946.
8. *Flache A. et al.* Models of social influence: Towards the next frontiers // *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*. – 2017. – Vol. 20. – №. 4.
9. *Perra N., Rocha L. E. C.* Modelling opinion dynamics in the age of algorithmic personalisation // *Scientific reports*. – 2019. – Vol. 9. – №. 1. – P. 1-11.
10. *Maes M., Bischofberger L.* Will the Personalization of Online Social Networks Foster Opinion Polarization? // Available at SSRN 2553436. – 2015.
11. *Geschke D., Lorenz J., Holtz P.* The triple-filter bubble: Using agent-based modelling to test a meta-theoretical framework for the emergence of filter bubbles and echo chambers // *British Journal of Social Psychology*. – 2019. – Vol. 58. – №. 1. – P. 129-149.
12. *DeGroot M. H.* Reaching a consensus // *Journal of the American Statistical Association*. – 1974. – Vol. 69. – №. 345. – P. 118-121.
13. *Rossi W. S., Polderman J. W., Frasca P.* The closed loop between opinion formation and personalised recommendations // *arXiv preprint arXiv:1809.04644*. – 2018.

14. *Currarini S., Jackson M. O., Pin P.* An economic model of friendship: Homophily, minorities, and segregation // *Econometrica*. – 2009. – Vol. 77. – №. 4. – P. 1003-1045.
15. *Hooijsma M. et al.* Multidimensional similarity in multiplex networks: friendships between same-and cross-gender bullies and same-and cross-gender victims // *Network Science*. – 2020. – Vol. 8. – №. 1. – P. 79-96.
16. *Ohtsuki H. et al.* A simple rule for the evolution of cooperation on graphs and social networks // *Nature*. – 2006. – Vol. 441. – №. 7092. – P. 502-505.
17. *Axelrod R.* The dissemination of culture: A model with local convergence and global polarization // *Journal of conflict resolution*. – 1997. – Vol. 41. – №. 2. – P. 203-226.
18. *Holme P., Newman M. E. J.* Nonequilibrium phase transition in the coevolution of networks and opinions // *Physical Review E*. – 2006. – Vol. 74. – №. 5. – P. 056108.
19. *Garimella K. et al.* Political discourse on social media: Echo chambers, gatekeepers, and the price of bipartisanship // *Proceedings of the 2018 World Wide Web Conference*. – 2018. – P. 913-922.