

DOI:

## ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ СОБИРАЕМОЙ НА ОРБИТЕ КОСМИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ

Глумов В.М., Ермилов А.С.

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Россия, г. Москва*

*ул. Профсоюзная д.65*

*vglum@ipu.ru, yermas@ipu.ru*

*Аннотация: Рассматриваются возможности повышения эффективности адаптивного управления угловой стабилизацией и ориентацией большой космической конструкции при ее сборке в космосе. Формирование адаптивного управления основывается на использовании оценок координат и параметров изменяющейся математической модели конструкции, содержащей нежесткие элементы. В предлагаемой математической модели предполагается, что все параметры тонов упругих колебаний не известны и некоторые из них не постоянны. Синтезированы алгоритмы адаптации, обеспечивающие устойчивость углового движения большой космической конструкции с упругими элементами. Для получения необходимой для алгоритмов адаптации информации используется нелинейный расширенный фильтр Калмана. Предлагается метод двухуровневого адаптивного управления при изменении механической структуры большой космической конструкции. Приводятся результаты статистического математического моделирования гипотетического варианта собираемой космической конструкции зонтичного типа, которые подтверждают работоспособность и ожидаемые свойства предлагаемых адаптивных алгоритмов, а также эффективное и надежное управление угловым движением собираемой на орбите космической конструкции*

Ключевые слова: большие космические конструкции, оценивание координат объекта, управление движением, алгоритм адаптации.

### Введение и постановка задачи

В работе [1] представлены возможные варианты решения проблемы управления угловым движением собираемой на орбите большой космической конструкции (БКК) зонтичного типа, содержащей упругие элементы. Возникающие колебания конструкции могут явиться причиной неустойчивости системы из-за неконтролируемого нарастания амплитуды в процессе управления основным ("жестким") угловым движением рассматриваемого упругого объекта. В общем случае может отсутствовать информация о новых механических параметрах собираемой конструкции и о начальных характеристиках, возникающих на каждом этапе сборки новых упругих компонент. Это требует обеспечения не только своевременной смены стратегии оценивания состояния и соответственно управления при переходе конструкции из одного класса механических систем в другой, но и применения принципов адаптивного управления на интервале развития конструкции внутри каждого этапа сборки выше первого. При необходимости на этапе сборки должна решаться задача оптимизации коэффициентов в адаптивном алгоритме с точки зрения быстродействия.

Для решения задачи управления угловым движением собираемой БКК при возникновении в ней упругих колебаний предлагается использовать методы робастного и адаптивного управления динамическими объектами [2]. Следует отметить, что алгоритмы, обеспечивающие робастное управление, эффективны на начальных этапах сборки, когда собираемый объект приобретает свойства упругой механической системы, характеризующейся наличием одной или нескольких сравнительно высокочастотных упругих компонент [1], а также для окончательно собранной БКК [3]. При увеличении числа звеньев собираемая конструкция превращается в плохо управляемую систему, отличающуюся значительными моментами инерции присоединенной упругой части и низкими модальными частотами ( $<0,1$  Гц) близкими к частотам управления "жестким" движением. В этом случае целесообразно использовать адаптивные алгоритмы, которые могут формироваться на основе принципов построения беспойсковых адаптивных систем с эталонной моделью или систем с идентификатором [2]. В [4] предлагается алгоритм адаптивного управления с эталонной моделью угловым движением собираемой БКК. Его функционирование не зависит от интенсивности и спектрального состава входных воздействий и не требует оценивания внешних возмущений. В качестве внешних возмущений рассматривались упругие колебания БКК. Однако данный алгоритм обеспечивает высокую точность управления при больших энергетических затратах, что в целом снижает его эффективность.

В настоящей работе рассматривается возможность использования робастного управления в предлагаемой структуре двухуровневой адаптивной системы управления ориентацией собираемой БКК, в которой исполнительным органом служит двигатель-маховик. Для случая, когда в качестве

исполнительного органа используется система гироскопов, предлагается использовать в адаптивной системе алгоритм оценивания координат и параметров ММ на каждом этапе сборки БКК.

## 2 Обеспечение робастной устойчивости движения БКК

На первых двух фазах сборки и существования собираемой на орбите БКК она представляет собой упругую механическую систему, для которой целесообразно сначала обеспечить робастную устойчивость упругих колебаний [Прага, АиТ 2009(7)]. Угловое движение координаты  $\mathcal{G}$  в плоскости тангажа такой механической системы на  $j$ -ом этапе сборки,  $j = \overline{1, n}$ , с исполнительным органом типа гироскопического привода (ГСП) в виде двигателя-маховика описывается модально-физической моделью в виде [5]

$$(1) \quad \ddot{\mathcal{G}}_0 + k'_\omega \dot{\mathcal{G}}_0 = k'_u u - f_1, \\ \ddot{\mathcal{G}}_{w,i} + k'_\omega k_{w,i} \dot{\mathcal{G}}_{w,i} + \omega_{w,i}^2 \mathcal{G}_{w,i} = k'_u k_{w,i} u - f_2, \quad i = \overline{1, n_j}, \\ \mathcal{G} = \mathcal{G}_0 + \mathcal{G}_w, \quad \mathcal{G}_w = \sum_{i=1}^{n_j} \dot{\mathcal{G}}_{w,i},$$

где  $\mathcal{G}_0$  – координата углового движения БКК как отвердевшей механической системы,  $\mathcal{G}_w$  – координата дополнительного поворота, вызванного упругими колебаниями элементов конструкции,  $k'_u = -k_u I_{\Sigma,j}^{-1}$ ,  $k'_\omega = k_\omega I_{\Sigma,j}^{-1}$ ,  $k_u, k_\omega$  – постоянные электромеханические коэффициенты ГСП,  $I_{\Sigma,j}$  – суммарный момент инерции механической системы БКК на  $j$ -ом этапе сборки,  $\omega_{w,i}$  – собственные частоты упругих колебаний,  $k_{w,i}$  – коэффициенты возбудимости соответствующих упругих колебаний,

$f_1 = k'_\omega \mathcal{G}_w$ ,  $f_2 = k'_\omega k_{w,i} \left( \dot{\mathcal{G}}_0 + \sum_{i=1}^{n_j} \dot{\mathcal{G}}_{w,i} \right)$  – возмущения от упругих колебаний, влияющие через ГСП на угловое движение конструкции.

Из уравнений (1) следует, что использование ГСП приводит к появлению демпфирования в механической системе БКК, что положительно влияет на свойства робастной устойчивости упругих колебаний конструкции. Тем не менее, поскольку коэффициент  $k'_\omega$  достаточно мал, демпфирование, вносимое приводом, незначительно и устойчивость в системе (1) может быть потеряна из-за присутствующих в правых частях возмущений  $f_1$  и  $f_2$ .

Решение задачи обеспечения робастной устойчивости упругих колебаний конструкции основывается на реализации определенных свойств робастности системы управления БКК. В случае цифровой реализации алгоритма управления режим угловой стабилизации БКК обеспечивается дискретным PD-алгоритмом в виде

$$(2) \quad u[m] = -k_0 \{k_1 x[m] + k_2 \Delta x[m]\}, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

где  $x[m] = S^{-1} \sum_{s=1}^S \mathcal{G}_s[m-1]$  – усредненное значение измеряемой координаты  $\mathcal{G}$  на  $m$ -ом

временном интервале постоянства управления  $T_0$ , для получения которой используются  $S$  измерений на  $(m-1)$ -ом интервале управления;  $\Delta x[m] = T_0^{-1} (x[m] - x[m-1])$ .

Разрывное управление вида (2) может вызвать неустойчивость по отношению к упругим колебаниям конструкции, так как устойчивость каждой отдельной моды в системе (1), (2) зависит от значения параметра  $T_0$ . Из результатов анализа динамики подобных механических систем [АиТ 2009(7)] следует, что устойчивость по упругим колебаниям в системе (1), (2) при  $k_\omega = 0$  для БКК, имеющей на  $j$ -ом этапе сборки спектр собственных частот  $\omega_{w,i}$ ,  $i = \overline{1, n_j}$  можно обеспечить лишь в том случае, если в разрешенном диапазоне значений  $T_0 \in [T_{0,\min}, T_{0,\max}]$  можно найти такое значение  $T_0$ , при котором ни одна из модальных компонент  $\mathcal{G}_{w,i}$  не принадлежит к области неустойчивых компонент.

При увеличении коэффициента  $k_{\omega} > 0$  область робастной устойчивости расширяется, число неустойчивых мод уменьшается. Поскольку на увеличение коэффициента  $k_{\omega}$  накладываются конструктивные ограничения, то в пространстве параметров  $(\omega_{w,i}, T_0)$  всегда остается область неустойчивой динамики по  $\mathcal{G}_w$ , к которой в общем случае могут принадлежать моды с низкими частотами. Это, при отсутствии специальных мер, приводит к неустойчивости по упругим колебаниям в системе (1), (2).

## 2 Двухуровневая адаптивная система

С целью обеспечения устойчивого и высокоточного управления ориентацией БКК с изменяющимися частотами упругих компонентов на тех этапах сборки, на которых могут возникать упругие колебания с низкими частотами, близкими к частоте управления «жестким» движением механической системы конструкции, предлагается адаптивная система, содержащая два уровня адаптации.

Первый уровень адаптации представляет собой подсистему, которая включает в себя основной контур, информационный модуль с базой данных, алгоритм адаптивной настройки базового алгоритма управления основным контуром. Основной контур содержит базовый алгоритм управления, исполнительный орган и датчик регулируемой координаты.

Основной контур управления объектом с моделью вида (1) кроме решения основной задачи управления ориентацией БКК дополнительно обеспечивает робастную стабилизацию высокочастотной группы упругих колебаний конструкции. Базовый закон управления ориентацией формируется на основе алгоритма (2), в котором интервал дискретности  $T_0$  и коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  могут быть перестраиваемыми. При дальнейшем рассмотрении представим базовый алгоритм в виде

$$(3) u_0 = u_0(z, p),$$

где  $z$  – выходной сигнал датчика регулируемой координаты  $\mathcal{G}$ ;  $p = (T_0, k_1, k_2)$  – вектор перестраиваемых параметров базового алгоритма.

Алгоритм адаптивной настройки базового алгоритма управления основным контуром предназначен для повышения точности ориентации БКК с плохо определенной моделью за счет стабилизации низкочастотных упругих компонентов. Известно несколько адаптивных алгоритмов, решающих данную задачу [6 – 9]. В данной работе при формировании первого уровня адаптации в системе с переменной моделью механической системы БКК предлагается использовать рассмотренный в [1] метод интеллектуальной диагностики и прогнозирования состояния конструкции.

Работоспособность первого уровня адаптации обеспечивается наличием текущей информации о характере влияния базового алгоритма на колебательную составляющую  $\mathcal{G}_w(t)$ . Эта информация формируется с помощью информационного модуля, выход которого содержит дискретные значения оценок  $\hat{\lambda}_r = \hat{\lambda}(\tau_r, p)$ , номер доминирующей моды  $g_r \rightarrow i_g \in \overline{1, n_j}$  на  $r$ -м временном интервале наблюдения  $\tau_r$  и  $\bar{z}_r^m$  – степень интенсивности колебательного процесса. Здесь  $\hat{\lambda}_r$  – дискретная оценка показателя квазиогнбающей колебательного процесса, которая определяет влияние базового алгоритма на упругие колебания механической системы БКК [1]. Полученные оценки  $\hat{\lambda}_r$ ,  $g_r$  и  $\bar{z}_r^m$  используются далее в качестве управляющих сигналов в системе адаптивной настройки варьируемого параметра базового алгоритма (3). Конечной целью настройки является реализация значения  $p_{\text{opt}} \in [p_{\text{min}}, p_{\text{max}}]$ , обеспечивающего максимально возможную скорость демпфирования доминирующей упругой моды без дополнительных затрат энергии при условии выполнения установленных требований к качеству управления «жестким» движением БКК.

Первый уровень адаптации обеспечивает устойчивость и требуемое качество управления ориентацией БКК в случае, когда нижняя граница спектра собственных частот ее механической системы остается выше некоторого минимального значения. При переходе на новый этап сборки возникают низкочастотные составляющие, которые могут оказаться неустойчивыми, т.е. расходящимися из-за возмущающегося влияния базового алгоритма. Для обеспечения устойчивости в этом случае, т.е. для стабилизации доминирующей «неустойчивой» колебательной компоненты, вводится второй уровень адаптации.

Второй уровень адаптации включает в себя дискретный алгоритм формирования сигнала управления  $u_d$ , который аддитивно добавляется к сигналу  $u_0$ , алгоритм перестройки параметров сигнала  $u_d$  и блок получения дискретных оценок доминирующей компоненты  $z_{w,d}[m], \Delta z_{w,d}[m]$ , в котором используется фильтр Калмана [9].

Алгоритм формирования сигнала управления  $u_d$  реализует дискретный вариант PD-алгоритма в виде

$$(4) \quad u_d[m] = -\left(\bar{k}_1 z_{w,d}[m] + \bar{k}_2 \Delta z_{w,d}[m]\right), \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

где коэффициенты  $\bar{k}_1$  и  $\bar{k}_2$  должны меняться в зависимости от изменения значения частоты доминирующей моды  $\omega_{w,d}$  для сохранения желаемого качества управления. Задача синтеза адаптивного алгоритма заключается в определении законов изменения коэффициентов  $\bar{k}_1$  и  $\bar{k}_2$  и последующей их реализации по мере изменения  $\omega_{w,d}(t)$ .

При синтезе алгоритма перестройки параметров сигнала  $u_d$  вводятся предположения:

- амплитуда доминирующей «неустойчивой» колебательной компоненты существенно превышает амплитуды других компонент, которые по этой причине в задаче синтеза не учитываются;
- вектор выхода информационного модуля системы содержит оценку частоты  $\hat{\omega}_{w,d}(t)$  и значение коэффициента возбудимости  $k_{w,d}$ .

Если для синтеза данного алгоритма использовать линейную непрерывную модель контура дополнительного управления  $u_d$ , то при указанных допущениях характеристическое уравнение расчетной модели подсистемы стабилизации доминирующей компоненты записывается в виде

$$(5) \quad y^4 + d_1 y^3 + d_2 y^2 + d_3 y + d_4 = 0,$$

$$\text{где } d_1 = k_J \left[ (k_{w,d} + 1)(k_0 k_2 + k_\omega) + k_{w,d} \bar{k}_2 \right]; \quad d_2 = k_J \left[ (k_{w,d} + 1)k_0 k_1 + k_{w,d} \bar{k}_1 \right] + \hat{\omega}_{w,d}^2;$$

$$d_3 = k_J (k_0 k_2 + k_\omega) \hat{\omega}_{w,d}^2; \quad d_4 = k_J k_0 k_1 \hat{\omega}_{w,d}^2. \quad k_J = J^{-1}$$

Для обеспечения желаемого времени гашения доминирующей компоненты задается степень устойчивости  $\eta$ . Известно [10], что в системе с характеристическим уравнением вида (5) будет обеспечена степень устойчивости не меньше заданной, если соблюдаются условия устойчивости соответствующего смещенного уравнения, которые в рассматриваемом случае имеют вид

$$d_1 > 4\eta; \quad d_2 > 3\eta(d_1 - 2\eta); \quad d_3 > \eta(2d_2 + 4\eta^2 - 3\eta d_1); \quad d_4 > \eta(d_1 \eta^2 - d_2 \eta - d_3 - \eta^3);$$

$$(6) \quad (B - 2d_2 \eta) \left[ d_2 (d_1 - 2\eta) + A - B \right] - (d_1 - 4\eta)^2 (d_2 \eta^2 + C) > 0,$$

$$\text{где } A = 18d_1 \eta^2 - 3\eta(d_1^2 + 8\eta^2); \quad B = \eta^2(3d_1 - 4\eta) + d_3; \quad C = d_4 + \eta^4 - d_1 \eta^3 + d_3 \eta$$

Коэффициенты  $d_1$  и  $d_2$  из (5), входящие в систему неравенств (6), зависят от перестраиваемых параметров алгоритма (4). Это позволяет неустойчивую доминирующую компоненту, которую не может подавить подсистема первого уровня адаптации, сделать устойчивой с помощью второго уровня адаптации за счет перестройки коэффициентов  $\bar{k}_1$  и  $\bar{k}_2$ , при которой оказываются выполненными условия устойчивости (6), и обеспечить требуемое время для ее стабилизации. Итерационный алгоритм перестройки коэффициентов  $\bar{k}_1$  и  $\bar{k}_2$  содержит следующую последовательность операций.

*Шаг 1.* В соответствии с заданным ограничением на время стабилизации  $t_s$  определяются требуемая степень устойчивости  $\eta_{(1)} = 3/t_s$  первой итерации и в соответствии с (6) значение коэффициента  $d_{1,(1)} = 4\eta_{(1)}$ .

Шаг 2. С учетом (5) вычисляется не зависящее от частоты  $\hat{\omega}_{w,d}(t)$  значение коэффициента  $\bar{k}_2$  в алгоритме (4)  $\bar{k}_{2,(1)} \geq [4\eta_{(1)}k_J^{-1} - (k_{w,d} + 1)(k_0k_2 + k_\omega)] / k_{w,d}$ , удовлетворяющее условию (6).

Шаг 3. Вычисляется зависящее от частоты  $\hat{\omega}_{w,d}(t)$  значение коэффициента  $\bar{k}_1$  в алгоритме (4)  $\bar{k}_{1,(1)} \geq [3\eta_{(1)}(d_{1,(1)} - 2\eta_{(1)}) - (k_{w,d} + 1)k_0k_1k_J - \hat{\omega}_{w,d}^2] / (k_{w,d}k_J)$ , удовлетворяющее условию (6).

Шаг 4. После выбора на предыдущем шаге значения  $\bar{k}_{1,(1)}$  становится определенным  $d_{2,(1)}$  и, далее, аналогично определяются  $d_{3,(1)}$  и  $d_{4,(1)}$ , что позволяет в итоге проверить выполнение трех последних условий устойчивости (6) при назначенного в первой итерации значения степени устойчивости  $\eta_{(1)}$ .

Шаг 5. Если при выбранном значении  $\eta_{(1)}$  и вычисленных значениях  $\bar{k}_{1,(1)}$  и  $\bar{k}_{2,(1)}$  выполняются условия (6), то процедура перестройки коэффициентов  $\bar{k}_1$  и  $\bar{k}_2$  для текущего значения частоты  $\hat{\omega}_{w,d}(t)$  считается завершенной.

Шаг 6. Если какое-то из трех последних условий устойчивости (6) не выполняется, то описанная процедура повторяется для скорректированного значения  $\eta_{(2)} = \eta_{(1)} - \Delta\eta$ , где  $\Delta\eta > 0$  выбранный заранее шаг итерации; при этом формируются новые значения  $\bar{k}_{1,(2)}$  и  $\bar{k}_{2,(2)}$  и т.д.

Следует отметить, что процедура может быть завершена, если изменяемое значение  $\eta \leq \eta_{\min}$ .

При выявлении с помощью информационного модуля изменения частоты  $\omega_{w,d}$  в соответствии с данным алгоритмом осуществляется перестройка зависящего от  $\omega_{w,d}$  коэффициента  $\bar{k}_1$ . Коэффициент  $\bar{k}_2$ , не зависящий от  $\omega_{w,d}$ , на первом шаге итерации может быть оставлен без изменения.

### 3 Алгоритм оценивания координат и параметров математической модели БКК

Рассмотрим систему угловой стабилизации собираемой на орбите БКК, исполнительным органом которой служат гиродины (двухстепенные силовые гиросtabilизаторы). При использовании данного типа ГСП возникают взаимосвязи каналов гиросtabilизации, которые обусловлены инерционными и гироскопическими влияниями [11, 12]. Однако в режиме точной стабилизации при синтезе параметров системы можно пренебречь межканальными перекрестными связями [11]. Поэтому для собираемой БКК с ГСП на каждом этапе сборки существует возможность декомпозировать пространственную механическую систему на три подсистемы, которые соответствуют каналам стабилизации и управления. Тогда плоское движение по координате  $\mathcal{G}$  на  $j$ -ом этапе сборки БКК описывается системой уравнений [1, 11]

$$(7) \quad I_0 \ddot{\mathcal{G}} + \sum_{i=1}^{n_j} \tilde{I}_i \ddot{q}_i = h \dot{\beta},$$

$$I_\beta \ddot{\beta} + k_D \dot{\beta} + h \dot{\phi} = M_\beta(u),$$

$$a_i \ddot{q}_i + \dot{q}_i + b_i \dot{q}_i + c_i q_i = 0, \quad i = \overline{1, n_j}$$

где  $I_0$  – момент инерции корпуса БКК;  $\mathcal{G}$  – подлежащая стабилизации угловая координата корпуса;  $h$  – кинетический момент гиродина;  $\beta$  – угол поворота ГСП;  $I_\beta$  – момент инерции гиродина относительно оси прецессии;  $k_D$  – коэффициент вязкого трения в подвеске гиродина,  $M_\beta(u)$  – управляющий момент, прикладываемый относительно оси прецессии гиродина моментным приводом,  $u$  – управляющее напряжение (алгоритм управления) на входе моментного привода,  $q_i$  – координата, характеризующая  $i$ -й тон упругих колебаний конструкции,  $\tilde{I}_i$  – собственный момент инерции  $i$ -го упругого элемента конструкции,  $a_i$ ,  $b_i$  и  $c_i$  – параметры  $i$ -го тона упругих колебаний,  $n_j$  – число тонов на  $j$ -ом этапе сборки.

Для реализации адаптивного управления угловой ориентацией собираемой БКК с активной компенсацией упругих колебаний необходима достаточно точная информация о координатах и

параметрах тонов упругих колебаний. Синтез алгоритма оценивания указанных координат и параметров осуществлялся на основе математической модели, полученной из (7) в виде

$$(8) \quad I_0 \ddot{\mathcal{G}}_c = h\dot{\beta},$$

$$J_i \ddot{q}_i + J_k (b_i \dot{q}_i + c_i q_i) + a_i \sum_{k=1, k \neq i}^{n_j} \tilde{I}_k (b_k \dot{q}_k + c_k q_k) = -a_i h \dot{\beta},$$

$$I_\beta \ddot{\beta} + k_D \dot{\beta} + h \left( \dot{\mathcal{G}}_c - I_0^{-1} \sum_{i=1}^n \tilde{I}_i \dot{q}_i \right) = M_\beta(u),$$

$$J_i = I_0 - \sum_{i=1}^n a_i \tilde{I}_i, \quad J_k = I_0 - \sum_{k=1, k \neq i}^{n_j} a_k \tilde{I}_k, \quad \mathcal{G}_c = \mathcal{G} + I_0^{-1} \sum_{i=1}^{n_j} \tilde{I}_i q_i.$$

Следует отметить, что в системе управления БКК используются измеряемые координаты  $\mathcal{G}$ ,  $\dot{\mathcal{G}}$  и  $\dot{\beta}$ . В модели (8) координаты  $q_i$  и параметры  $a_i$ ,  $b_i$  и  $c_i$  упругих колебаний оказываются не измеряемыми. Для их получения на основе нелинейного расширенного фильтра Калмана [13] разработан алгоритм совместного оценивания координат углового движения рассматриваемой механической системы и не измеряемых координат тонов упругих колебаний, а также идентификации их ненаблюдаемых параметров. Предлагаемый алгоритм, в отличие от [14], учитывает нестационарность математической модели вида (8), так как в уравнениях (8) некоторые параметры тонов упругих колебаний не постоянны.

Запишем уравнения динамики БКК с ГСП (8) в векторно-матричной форме

$$(9) \quad \dot{x}(t) = f(x(t)) + Bu(t) + Cw(t),$$

где  $x \in R^{4n_j+7}$  – вектор состояния с  $x_1 = \mathcal{G}$ ,  $x_2 = \dot{\mathcal{G}}$ ,  $x_3 = \beta$ ,  $x_4 = \dot{\beta}$ ,  $x_{4i+1} = q_i$ ,  $x_{4i+2} = \dot{q}_i$ ,  $x_{4i+3} = a_i$ ,  $x_{4i+4} = \dot{a}_i$ ,  $x_{4i+5} = b_i$ ,  $x_{4i+6} = c_i$ ,  $x_{4i+7} = \dot{c}_i, \dots$ ,  $x_{4n_j+7} = \dot{c}_{n_j}$ ;  $f(x)$  – вектор-функция,

содержащая элементы  $f_1 = x_2$ ,  $f_2 = I_0^{-1} h x_4$ ,  $f_3 = x_4$ ,  $f_4 = I_\beta^{-1} \left[ h \left( I_0^{-1} \sum_{i=1}^{n_j} \tilde{I}_i x_{4i+2} - x_2 \right) - k_D x_4 + u \right]$ ,

$$f_{4i+1} = x_{4i+2},$$

$$f_{4i+2} = -(\cdot)^{-1} \left[ x_{4i+3} h x_4 + (\cdot)_k (x_{4i+4} x_{4i+2} + x_{4i+5} x_{4i+1}) + x_{4i+3} \sum_{k=1, k \neq i}^{n_j} \tilde{I}_j (x_{4k+4} x_{4k+2} + x_{4k+5} x_{4k+1}) \right],$$

$$(\cdot) = \left( I_0 - \sum_{i=1}^{n_j} x_{4i+3} \tilde{I}_i \right), \quad (\cdot)_k = \left( I_0 - \sum_{k=1, k \neq i}^{n_j} x_{4k+3} \tilde{I}_k \right), \quad f_{4i+3} = x_{4i+4}, \quad f_{4i+4} = 0, \quad f_{4i+5} = 0, \quad f_{4i+6} = x_{4i+7},$$

$$f_{4i+7} = 0, \quad B = (0, \dots, 0, I_\beta^{-1})^T, \quad C - \text{матрица шумов объекта, } w - \text{вектор шумов.}$$

Так как измеряются три величины:  $\mathcal{G}$ ,  $\dot{\mathcal{G}}$  и  $\dot{\beta}$ , то вектор измерений имеет три координаты

$$z = (z_1, z_2, z_3)^T, \quad \text{где } z_1 = x_1 - I_0^{-1} \sum_{i=1}^{n_j} \tilde{I}_{4i+1} x_{4i+1} + v_1, \quad z_2 = x_2 - I_0^{-1} \sum_{i=1}^{n_j} \tilde{I}_{4i+2} x_{4i+2} + v_2, \quad z_3 = x_4 + v_3. \text{ Вектор}$$

шумов измерителей  $v$  содержит три координаты. Шумы  $w$  и  $v$  являются случайными и представляют собой гауссовские белые шумы с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями вида  $M \langle w(t) w^T(t) \rangle = Q(t) \delta(t - \tau)$ ,  $M \langle v(t) v^T(t) \rangle = R(t) \delta(t - \tau)$ ,  $M \langle \cdot \rangle$  – символ оператора математического ожидания,  $\delta$  – дельта-функция Дирака, матрицы спектральных плотностей  $Q(t)$  и  $R(t)$  непрерывны и положительно определены для  $t \geq t_0$ . Предполагается, что в начальный момент времени векторы  $x(t_0)$  и  $w$ ,  $v$  независимы между собой, т.е.  $M \langle x(t_0) w^T(t) \rangle = 0$ ,  $M \langle x(t_0) v^T(t) \rangle = 0$ ,  $M \langle w(t) v^T(t) \rangle = 0$ .

Таким образом, задача синтеза алгоритма оценивания координат углового движения БКК с гиродином и тонов упругих колебаний с параметрами его конструкции  $x(t)$  по измерениям  $z(t)$  сводится к частному случаю синтеза непрерывного нелинейного расширенного фильтра Калмана [14], в котором матрицы,  $B$ ,  $C$  в (9) и вспомогательная матрица  $H$  постоянные. Тогда искомый алгоритм имеет вид

$$(10) \quad \frac{d}{dt} \hat{x}(t) = f(\hat{x}(t)) + Bu(t) + P(t)HR^{-1}[z(t) - H\hat{x}(t)],$$

$$\frac{d}{dt} P(t) = F(\hat{x}(t))P(t) + P(t)F(\hat{x}(t))^{-1} - P(t)H^T R^{-1}(t)HP(t) + CQ(t)C^T,$$

где  $\hat{x}(t)$  – вектор оценок координат вектора  $x(t)$ ,  $P(t)$  – матрица ошибок фильтрации,  $F(\hat{x}(t)) = \frac{\partial}{\partial \hat{x}} f(\hat{x}(t))$  – матрица Якоби.

Для исследования возможностей алгоритма (10) при управлении ориентацией и прецизионной стабилизации было проведено статистическое математическое моделирование. Для сокращения времени моделирования каждого процесса оценивания и идентификации в системе (8) исследовались только два тона. Для формирования момента управления используются оценки углового движения

$\hat{x}_1 = \hat{\mathcal{G}}$  и скорости его изменения  $\hat{x}_2 = \frac{d}{dt} \hat{\mathcal{G}}$ . В этом случае параметр  $a_1$  переменный, остальные

параметры постоянные и  $x \in R^{13}$ .

В качестве измерителей предполагалось использование датчиков угла и угловых скоростей, методические и инструментальные погрешности которых в алгоритме (10) не учитывались. Требуется по показаниям перечисленных измерителей оценить вектор координат движения БКК и тонов упругих колебаний. Полученные оценки координат  $\hat{\mathcal{G}}$  и  $\dot{\hat{\mathcal{G}}}$  используются для формирования управляющего момента, с помощью которого осуществляется ориентация и стабилизация БКК с ГСП. С целью получения максимальной достоверности результатов моделирования, а также идентичности математических моделей (7) и (8) при моделировании в алгоритма оценивания и идентификации в качестве модели БКК с ГСП использовалась базовая математическая модель (7), а в самом алгоритме совместного оценивания и идентификации разработанная более полная математическая модель (8).

При математическом моделировании для сравнения использовались два алгоритма управления: алгоритм с постоянными коэффициентами вида

$$(11) \quad u = k_0 \hat{\mathcal{G}}_c - \sum_{i=1}^n \tilde{k}_i a_i \hat{q}_i,$$

где  $k_0 = 6,5$ ;  $\tilde{k}_i = I_0^{-1} k_0 \tilde{I}_i$ , и алгоритм с перестраиваемыми коэффициентами  $\tilde{k}_i$  при  $q_i$

$$(12) \quad u = k_0 \hat{\mathcal{G}}_c - \sum_{i=1}^n \tilde{k}_i(\hat{q}_i) a_i \hat{q}_i.$$

Начальные значения координат вектора состояния  $x(0)$  выбирались следующими:  $\mathcal{G}(0) = 1,7 \cdot 10^{-2}$ ,  $\dot{\mathcal{G}}(0) = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ ,  $q_1(0) = 1,7 \cdot 10^{-2}$ ,  $\dot{q}_1(0) = 0,19 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ ,  $q_2(0) = 0,37 \cdot 10^{-2}$ ,  $\dot{q}_2(0) = 0,13 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ ,  $\beta(0) = 0,18 \cdot 10^{-3}$ ,  $\dot{\beta}(0) = 0,7 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ .  $a_1 = 1,2$ ;  $\dot{a}_1 = 0,02 \text{ с}^{-1}$ ,  $a_2 = 2,32$ ;  $c_1 = 0,314 \text{ с}^{-1}$ ,  $c_2 = 0,471 \text{ с}^{-1}$ ,  $I_\phi = 69200 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ ,  $\tilde{I}_1 = 1270 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ ,  $\tilde{I}_2 = 2500 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ ,  $I_\beta = 1,1 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ ,  $k_D = 5 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ ,  $h = 240 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ . Дисперсии шумов принимались равными:  $\sigma_{w1} = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-2}$ ,  $\sigma_{w2} = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2}$ ,  $\sigma_{w3} = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2}$ ,  $\sigma_{w4} = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2}$ ,  $\sigma_{v1} = 2,6 \cdot 10^{-6}$ ,  $\sigma_{v2} = 1,34 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$ .

Интенсивности белых шумов  $w$  и  $v$  задавались постоянными матрицами стационарных спектральных плотностей  $Q$  и  $R$  размерностями  $4 \times 4$  и  $2 \times 2$ , соответственно.  $Q$  и  $R$  – диагональные матрицы вследствие отсутствия корреляции как между шумами объекта, так и между шумами в каналах измерения.





## Заключение

Предлагаемая структура адаптивной системы управления угловым движением собираемой на орбите БКК, в которой используются в зависимости от этапа сборки конструкции алгоритмы робастного управления и алгоритмы перестройки параметров адаптивного контура системы, позволяет эффективно решать проблему демпфирования упругих колебаний. Синтезированный алгоритм совместного оценивания координат углового движения БКК, тонов упругих колебаний конструкции и их параметров позволяет только по показаниям измерителей углового движения БКК в отсутствие информации об упругих колебаниях получать с высокой точностью оценки их не измеряемых координат и параметров в реальном времени. Проведенное математическое моделирование подтвердило высокую эффективность применения синтезированного алгоритма в задаче оценивания координат углового движения и упругих колебаний в процессе ориентации и прецизионной стабилизации БКК с ГСП.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 20-08-000073).

## Литература

1. Глумов В.М., Ермилов А.С. Сборка и управление крупномасштабной космической конструкцией на орбите.
2. Теория управления (дополнительные главы) / под ред. Д.А. Новикова. – М.: ЛЕНАНД. 2019. – 552 с.
3. Крутова И.Н., Суханов В.М. Синтез дискретной системы управления деформируемым космическим аппаратом, обеспечивающей робастную устойчивость упругих колебаний // Автоматика и телемеханика. 2009. № 7. – С. 25-36.
4. Rutkovsky V.Yu., Glumov V.M., Sukhanov V.M. New Adaptive Algorithm of Flexible Spacecraft Control // Complex Systems. Relationships between Control, Communications and Computing. Dordrecht, The Netherlands: Springer International Publishing, 2016. – P. 313-326.
5. Глумов В.М., Крутова И.Н., Суханов В.М. Метод построения математической модели дискретно развивающейся большой космической конструкции // Автоматика и телемеханика. 2003. № 10. – С. 15-33.
6. Рутковский В.Ю., Суханов В.М., Глумов В.М. Адаптивное управление ориентацией деформируемых космических аппаратов с изменяющимися параметрами // Автоматика и телемеханика. 1999. № 4. – С. 90-102.
7. Глумов В.М., Крутова И.Н., Суханов В.М. Адаптивная система управления на основе нечеткой логики для большой космической конструкции в процессе ее сборки на орбите // Автоматика и телемеханика. 2004. № 10. – С. 109-127.
8. Крутова И.Н., Суханов В.М. Синтез модифицированного PD-алгоритма управления угловым движением большой космической конструкции // Автоматика и телемеханика. 2009. № 1. – С. 39-50.
9. Ермилова Т.В., Суханов В.М., Ермилов А.С. Совместное оценивание модально-физических координат и параметров при управлении ориентацией большемерных объектов космической техники с нежесткой конструкцией // Авиакосмическое приборостроение. 2006. № 3. – С. 58-64.
10. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1966. – 992с.
11. Динамика и управление космическими объектами / под ред. В.М. Матросова, М.Ф. Решетнева. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние РАН. 1992. – 211 с.
12. Глумов В.М., Крутова И.Н., Суханов В.М. Особенности гиросиловой стабилизации собираемой на орбите большой космической конструкции // Проблемы управления. 2016. № 1. – С. 82-89.
13. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и её применение в связи и управлении. – М.: Связь, 1976. – 496с.
14. Ермилов А.С., Ермилова Т.В. Оценивание ненаблюдаемых координат упругих колебаний больших космических конструкций с гиросиловым приводом // Автоматика и телемеханика. 2013. № 9. – С. 143-156.